

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ
ПОЛИТИКИ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**

государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Краснодарского края

«КРАСНОДАРСКИЙ ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ОУД.03 Математика**

для специальности
38.01.02 Продавец, контролёр - кассир

СОДЕРЖАНИЕ

- 1.ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
- 2.СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
- 3.УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
- 4.КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
- 5.КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1.Общая характеристика рабочей программы общеобразовательной дисциплины ОУД.03 Математика.

1.1 Место дисциплины в структуре профессиональной образовательной программы СПО:

Общеобразовательная дисциплина «Математика» является обязательной частью общеобразовательного цикла образовательной программы в соответствии с ФГОС специальности 38.01.02 Продавец, контролёр - кассир.

1.2. Цели и планируемые результаты освоения дисциплины:

1.2.1. Цель дисциплины

Содержание программы общеобразовательной дисциплины «Математика» направлено на достижение результатов ее изучения в соответствии с требованиями ФГОС СОО с учетом профессиональной направленности ФГОС СПО.

1.2.2. Планируемые результаты освоения общеобразовательной дисциплины в соответствии с ФГОС СПО и на основе ФГОС СОО.

Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии ОК и ПК.

Общие компетенции	Планируемые результаты обучения	
	Общие ¹	Дисциплинарные ²
ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	<p>В части трудового воспитания: готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие; готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность; интерес к различным сферам профессиональной деятельности,</p> <p>Овладение универсальными учебными познавательными действиями:</p> <p>а) базовые логические действия: самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне; устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;</p>	<p>-владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;</p> <p>уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;</p> <p>- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на</p>

	<p>определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; развивать креативное мышление при решении жизненных проблем</p> <p>б) базовые исследовательские действия: владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях; -- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; уметь интегрировать знания из разных предметных областей; выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения; и способность их использования в познавательной и социальной практике</p>	<p>движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов;</p>
--	--	---

		<p>применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;</p> <p>уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;</p> <p>уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение</p>
--	--	--

		<p>площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;</p> <p>уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;</p> <p>уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;</p> <p>-уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий</p> <p>русской и мировой математической науки</p>
<p>ОК 2. Организовывать собственную деятельность, исходя из цели и способов ее достижения, определенных руководителем.</p>	<p>В области ценности научного познания:</p> <ul style="list-style-type: none"> -сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире; совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира; осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. 	<p>уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;</p> <p>уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с</p>

	<p>Овладение универсальными учебными познавательными действиями:</p> <p>в) работа с информацией:</p> <p>владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления;</p> <p>создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;</p> <p>оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам;</p> <p>использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;</p> <p>владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности</p>	<p>помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;</p> <p>- уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни</p>
--	---	---

<p>ОК 3. Анализировать рабочую ситуацию, осуществлять текущий и итоговый контроль, оценку и коррекцию собственной деятельности, нести ответственность за результаты своей работы.</p>	<p>В области духовно-нравственного воспитания: -сформированность нравственного сознания, этического поведения; способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные нормы и ценности; осознание личного вклада в построение устойчивого будущего; ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России; Овладение универсальными регулятивными действиями: а) самоорганизация: самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; давать оценку новым ситуациям; способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень;</p>	<p>уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники; уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками</p>
---	--	--

	<p>б) самоконтроль: использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения; уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность: внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию; социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты</p>	
<p>ОК 4. Осуществлять поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач</p>	<p>готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению; -овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности; Овладение универсальными коммуникативными действиями: б) совместная деятельность: -понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы;</p>	<p>уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с</p>

	<p>принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников, обсуждать результаты совместной работы; координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;</p> <p>осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным. Владение универсальными регулятивными действиями:</p> <p>г) принятие себя и других людей: принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности; признавать свое право и право других людей на ошибки; развивать способность понимать мир с позиции другого человека</p>	<p>рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;</p> <p>уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; уметь строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;</p> <p>уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции;</p> <p>уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем</p>
<p>ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.</p>	<p>В области эстетического воспитания: эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений; способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других</p>	<p>- уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с</p>

	<p>народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства;</p> <p>убежденность в значимости для личности и общества отечественного и мирового искусства, этнических культурных традиций и народного творчества;</p> <p>готовность к самовыражению в разных видах искусства, стремление проявлять качества творческой личности;</p> <p>Овладение универсальными коммуникативными действиями:</p> <p>а) общение:</p> <p>осуществлять коммуникации во всех сферах жизни;</p> <p>распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты;</p> <p>развернуто и логично излагать свою точку зрения</p> <p>с использованием языковых средств</p>	<p>помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;</p> <p>уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями;</p> <p>уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира</p>
<p>ОК 6. Работать в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.</p>	<p>осознание обучающимися российской гражданской идентичности;</p> <p>целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, антикоррупционного мировоззрения,</p>	<p>уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;</p> <p><i>*уметь оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; уметь формулировать обратное и</i></p>

	<p>правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы;</p> <p>В части гражданского воспитания:</p> <p>осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка; принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей;</p> <p>готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;</p> <p>готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в общеобразовательной организации и детско-юношеских организациях; умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;</p> <p>готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности;</p> <p>патриотического воспитания:</p> <p>сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;</p>	<p><i>противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;</i></p> <p><i>*уметь свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; уметь задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;</i></p> <p><i>*уметь выбирать подходящий метод для решения задачи;</i></p> <p><i>понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; уметь распознавать проявление законов математики в искусстве, уметь приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки</i></p>
--	--	---

	<p>ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде;</p> <p>идейная убежденность, готовность к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу; освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории;</p> <p>овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности</p>	
<p>ОК 7. Соблюдать правила реализации товаров в соответствии с действующими санитарными нормами и правилами, стандартами и Правилами продажи товаров.</p>	<p>не принимать действия, приносящие вред окружающей среде;</p> <p>уметь прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их;</p> <p>расширить опыт деятельности экологической направленности;</p>	<p>- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и</p>

	<p>разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов;</p> <p>осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду;</p> <p>уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности;</p> <p>предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости;</p> <p>давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям</p>	<p>наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения;</p> <p>уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;</p> <p>уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы</p>
<p>ПКЗ Продажа непродовольственных товаров.</p>	<p>ПК 1.3. Обслуживать покупателей и предоставлять достоверную информацию о качестве, потребительских свойствах товаров, требованиях безопасности их эксплуатации.</p>	
<p>ПК 3 Продажа продовольственных товаров.</p>	<p>ПК 2.1. Осуществлять приемку товаров и контроль за наличием необходимых сопроводительных документов на поступившие товары.</p> <p>ПК 2.3. Обслуживать покупателей, консультировать их о пищевой ценности, вкусовых особенностях и свойствах отдельных продовольственных товаров</p>	
<p>ПКЗ Работа на контрольно-кассовой технике и расчеты с покупателями.</p>	<p>ПК 3.1. Соблюдать правила эксплуатации контрольно-кассовой техники (ККТ) и выполнять расчетные операции с покупателями.</p> <p>ПК 3.2. Проверять платежеспособность государственных денежных знаков.</p> <p>ПК 3.3. Проверять качество и количество продаваемых товаров, качество упаковки, наличие маркировки, правильность цен на товары и услуги.</p> <p>ПК 3.4. Оформлять документы по кассовым операциям.</p>	

2. Структура и содержание общеобразовательной дисциплины

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем в часах
Объем образовательной программы дисциплины	258
в т.ч.	
Основное содержание	210
теоретическое обучение	156
практические занятия	54
Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	48
в т. Ч.:	
теоретическое обучение	12
практические занятия	36
Индивидуальный проект (да/нет)**	
Самостоятельных работ	129
Промежуточная аттестация (экзамен)	
Итого	387

2.2. Тематический план и содержание дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала (основное и профессионально-ориентированное), лабораторные и практические занятия, прикладной модуль (при наличии)	Объем часов	Формируемые компетенции
1	2	3	4
Основное содержание			
Раздел 1. Повторение курса математики основной школы		20	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05, ОК 06 ПК 1.3.
Тема 1.1	Содержание учебного материала	6	ПК 2.1
Цель и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления	Цель и задачи математики при освоении специальности. <i>Базовые знания и умения по математике в профессиональной и в повседневной деятельности.</i>	2	ПК 2.3
	Действия над положительными и отрицательными числами, с обыкновенными и десятичными дробями.	2	ПК 3.1. ПК 3.2.
	В том числе практических занятий	2	ПК 3.3. ПК 3.4
	Практическое занятие №1 Действия со степенями, формулы сокращенного умножения	2	
Тема 1.2	Содержание учебного материала	4	
Процентные вычисления. Уравнения и неравенства	Простые проценты, разные способы их вычисления.	2	
	Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства	2	
Тема 1.3.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	4	
Процентные вычисления в профессиональных задачах	Практическое занятие №2 Простые и сложные проценты.	2	
	Практическое занятие №3 Процентные вычисления в профессиональных задачах	2	
Тема 1.4	Содержание учебного материала	6	

Решение задач. Входной контроль	Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие №4 Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости	2	
	Контрольная работа	2	
	Контрольная работа № 1 Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости	2	
	Самостоятельная работа (<i>вид задания, тематика</i>) Подготовить реферат на тему: «Зачем мне математика?» Подготовить сообщение на тему: «Карл Фридрих Гаусс». Подготовить презентацию на тему: «История возникновения числовых и буквенных выражений»	10	
Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве.		36	ОК01, ОК03, ОК04, ОК07 ПК 1.3. ПК 2.1 ПК 2.3
Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей	Содержание учебного материала	6	ПК 3.1. ПК 3.2. ПК 3.3. ПК 3.4
	Предмет стереометрии. Основные понятия (<i>точка, прямая, плоскость, пространство</i>). Основные аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые.	2	
	Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых.	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие №5 Основные пространственные фигуры	2	
Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и	Содержание учебного материала	6	
	Параллельные прямая и плоскость. <i>Определение. Признак. Свойства.</i>	2	

плоскости, плоскостей	Параллельные плоскости. <i>Определение. Признак. Свойства.</i>	2
	Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. <i>Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда. Построение основных сечений</i>	2
Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Содержание учебного материала	4
	Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.	2
	Признак перпендикулярности прямой и плоскости	2
Тема 2.4. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах	Содержание учебного материала	6
	Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью.	2
	Угол между плоскостями. Перпендикулярные плоскости.	2
	В том числе практических занятий	2
	Практическое занятие №6 Расстояния в пространстве	2
Тема 2.5. Координаты и векторы в пространстве	Содержание учебного материала	6
	Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. <i>Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число.</i>	2
	В том числе практических занятий	4
	Практическое занятие № 7 Скалярное произведение векторов.	2
	Практическое занятие №8 Простейшие задачи в координатах	2
Тема 2.6. Прямые и плоскости в практических задачах	<i>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</i>	6
	Практическое занятие №9 Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой	2

	иплоскости,параллельностьплоскостей,перпендикулярностьплоскостей.		
	Практическое занятие №10 Расположениепрямыхиплоскостейвокружающеммире(<i>природе,архитектуре,технике</i>).	2	
	Практическое занятие №11 Решение практико-ориентированных задач	2	
Тема 2.7 Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве	Содержание учебного материала	2	
	Контрольная работа	2	
	Контрольная работа №2 Расположение прямых и плоскостей в пространстве. <i>Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора</i>	2	
	Самостоятельная работа (<i>вид задания, тематика</i>) Подготовить сообщение на тему: «Евклидова геометрия». Подготовить презентацию на тему: «Лобачевский Николай Иванович». Составить кроссворд на тему: «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»	18	
Раздел 3. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции		34	ОК01,ОК02,ОК03, ОК04,ОК05 ПК 1.3.
Тема 3.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа	Содержание учебного материала	6	ПК 2.1
	Радианная мера угла. <i>Поворот точки вокруг начала координат.</i>	2	ПК 2.3
	Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. <i>Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям.</i>	2	ПК 3.1. ПК 3.2.
	В том числе практических занятий	2	ПК 3.3. ПК 3.4

	Практическое занятие №12 Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла	2	
Тема 3.2 Основные тригонометрические тождества	Содержание учебного материала	6	
	Тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений.	2	
	Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие №13 Основные тригонометрические тождества	2	
Тема 3.3 Тригонометрические функции, их свойства и графики	Содержание учебного материала	8	
	Область определения и множество значений тригонометрических функций. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций.	2	
	Свойства и графики функций $y=\cos x$, $y=\sin x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$.	2	
	Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций.	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие №14 Преобразование графиков тригонометрических функций	2	
Тема 3.4 Обратные тригонометрические функции	Содержание учебного материала	4	
	Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики.	2	
	Свойства и графики обратных тригонометрических функций.	2	
Тема 3.5 Тригонометрические	Содержание учебного материала	8	
	Уравнение $\cos x = a$. Уравнение $\sin x = a$. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.	2	

уравнения и неравенства	Решение тригонометрических уравнений основных типов: <i>простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным., решаемые разложением на множители, однородные.</i>	2		
	Простейшие тригонометрические неравенства	2		
	В том числе практических занятий	2		
	Практическое занятие №15 Тригонометрические уравнения и неравенства	2		
Тема3.6Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции	Содержание учебного материала	2		
	Контрольная работа	2		
	Контрольная работа №3 Преобразование тригонометрических выражений. Решениетригонометрическихуравненийинеравенстввтомчислесииспользованиемсвоис твфункций	2		
	Самостоятельная работа (<i>вид задания, тематика</i>) Подготовить сообщение на тему: «Из истории математики». Подготовить презентацию на тему: «Исаак Ньютон». Подготовить сообщение на тему: «Из истории тригонометрии». Подготовить кроссворд на тему: Подготовка глоссария. Подготовить доклад на тему: «Леонард Эйлер».	17		
Раздел4.Производная и первообразная функции		60		ОК01,ОК03,ОК04, ОК06,ОК07
Тема 4.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования	Содержание учебного материала	10		ПК 1.3. ПК 2.1 ПК 2.3 ПК 3.1. ПК 3.2. ПК 3.3. ПК 3.4
	Приращение аргумента. Приращение функции.	2		
	Задачи, приводящие к понятию производной.	2		
	Определение производной. Алгоритм отыскания производной.	2		
	Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования	2		
	В том числе практических занятий	2		
	Практическое занятие № 16 Производная функции, ее применение.	2		
Тема4.2Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов	Содержание учебного материала	8		
	Понятие непрерывной функции.	2		
	Свойства непрерывной функции.	2		
	Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке.	2		

	Алгоритм решения неравенств методом интервалов	2	
Тема 4.3 Геометрический и физический смысл производной	Содержание учебного материала	6	
	Геометрический смысл производной функции – <i>угловой коэффициент касательной к графику функции в точке.</i>	2	
	Уравнение касательной к графику функции. <i>Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$</i>	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие № 17 Производная: механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной в общем виде	2	
Тема 4.4 Монотонность функции. Точки экстремума	Содержание учебного материала	6	
	Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знак у производной.	2	
	Задачи на максимум и минимум.	2	
	Алгоритм исследования функции построения ее графика с помощью производной	2	
Тема 4.5 Исследование функций и построение графиков	Содержание учебного материала	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие № 18 Исследование функции на монотонность. Построение графиков	2	
Тема 4.6 Наибольшее и наименьшее значения функции	Содержание учебного материала	4	
	Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.	2	
	Построение графиков с использованием аппарата математического анализа	2	
Тема 4.7 Нахождение оптимального результата с помощью производной в	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	6	
	Практическое занятие № 19 Наименьшее и наибольшее значение функции	2	

практических задачах	Практическое занятие №20. Применения производной функции в профессии	2
	Практическое занятие № 21. Нахождение оптимального результата в профильных задачах	2
Тема 4.8 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных	Содержание учебного материала	8
	Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y=f(x)$. <i>Таблица формул для нахождения первообразных.</i>	2
	Изучение правила вычисления первообразной	2
	В том числе практических занятий	4
	Практическая работы №22 Нахождения первообразных функции	2
	Практическая работы №23 Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.	2
Тема 4.9 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона–Лейбница	Содержание учебного материала	8
	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции. <i>Понятие определённого интеграла.</i>	2
	Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.	2
	В том числе практических занятий	4
	Практическое занятие № 24 Неопределенный и определенный интегралы	2
	Практическое занятие №25 Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей	2
Тема 4.10 Решение задач. Производная и первообразная функции.	Содержание учебного материала	2
	Контрольная работа	2
	Контрольная работа №4 Формулы и правила дифференцирования. <i>Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции. Вычисление первообразной. Применение первообразной</i>	2

	<p>Самостоятельная работа (<i>вид задания, тематика</i>)</p> <p>Подготовить доклад на тему: «Дифференциальное исчисление».</p> <p>Подготовить презентацию на тему: «Лейбниц. Ферма. Коши».</p> <p>Подготовить сообщение на тему: «Понятие о производной функции»</p> <p>Подготовить презентацию на тему: «Производные функции высших порядков»</p> <p>Подготовить реферат и презентацию на тему: «Исследование функции с помощью производной»</p> <p>Подготовить кроссворд на тему: «Производные»</p> <p>Подготовить презентацию на тему: «Интегральное исчисление».</p> <p>Подготовить сообщение на тему: «Риман. Чебышев. Лебег».</p> <p>Подготовить сообщение на тему: «Функция, область определения, множество значения функции. Графики функции различных функций.»</p> <p>Подготовить реферат на тему: «Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность.»</p>	30	
Раздел 5. Многогранники и тела вращения		34	ОК01, ОК04, ОК06, ОК07
Тема 5.1 Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения	Содержание учебного материала	8	ПК 1.3.
	Призма (наклонная, прямая, правильная) и её элементы.	2	ПК 2.1
	Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Куб.	2	ПК 2.3
	Пирамида и её элементы.	2	ПК 3.1.
	Правильная пирамида	2	ПК 3.2. ПК 3.3. ПК 3.4
Тема 5.2 Правильные многогранники в жизни	<i>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</i>	4	
	Площадь поверхности многогранников. <i>Простейшие комбинации многогранников.</i>	2	
	Вычисление элементов пространственных фигур (<i>ребра, диагонали, углы</i>).	2	
Тема 5.3 Цилиндр, конус, шар и их	<i>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</i>	4	

сечения	Практическое занятие №26 Цилиндр, конус, сфера и шар. <i>Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.</i>	2	
	Практическое занятие №27. Представление об усечённом конусе. Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развёртка цилиндра и конуса	2	
Тема 5.4 Объемы и площади поверхностей тел	Содержание учебного материала	8	
	Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем куба.	2	
	Объемы прямой призмы и цилиндра.	2	
	Объемы пирамиды и конуса.	2	
Тема 5.5 Примеры симметрий в профессии	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	4	
	Практическое занятие №28 Понятие о симметрии в пространстве (<i>центральная, осевая, зеркальная</i>). Обобщение представлений о правильных многогранниках (<i>тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр</i>).	2	
	Практическое занятие №29 Примеры симметрий в профессии	2	
Тема 5.6 Решение задач. Многогранники и тела вращения	Содержание учебного материала	6	
	В том числе практических занятий	4	
	Практическое занятие №30 Объемы и площади поверхности многогранников	2	
	Практическое занятие №31 Объемы и площади поверхности тел вращения	2	
	Контрольная работа	2	
	Контрольная работа № 5 Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения	2	
	Самостоятельная работа (<i>вид задания, тематика</i>) Изготовление моделей многогранников. Подготовить сообщение на тему: «Правильные многогранники». Подготовить презентацию на тему: «Многогранники и тела вращения в природе и в архитектуре». Подготовить реферат на тему: «Платоновы тела» Подготовить кроссворд	17	

	Подготовить глоссария		
Раздел 6. Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функции		46	ОК01,ОК02,ОК03, ОК05,ОК07 ПК 1.3. ПК 2.1 ПК 2.3
Тема 6.1 Степенная функция, ее свойства. Преобразование выражений с корнями n-ой степени	Содержание учебного материала	6	ПК 3.1. ПК 3.2. ПК 3.3. ПК 3.4
	Понятие корня n-ой степени из действительного числа. <i>Функцию $y = \sqrt[n]{x}$ их свойства и графики. Свойства корня n-ой степени.</i>	2	
	В том числе практических занятий	4	
	Практическое занятие №32 Преобразование выражений с корнями n-ой степени	2	
	Практическое занятие №33 Преобразование иррациональных выражений	2	
Тема 6.2 Свойства степени с рациональным и действительным показателями	Содержание учебного материала	4	
	Понятие степени с рациональным показателем.	2	
	Степенные функции, их свойства и графики	2	
Тема 6.3 Решение иррациональных уравнений	Содержание учебного материала	6	
	Равносильность иррациональных уравнений.	2	
	Методы решения иррациональных уравнений	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие №34 Решение иррациональных уравнений	2	
Тема 6.4 Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства	Содержание учебного материала	8	
	Степень с произвольным действительным показателем.	2	
	Определение показательной функции и ее свойства.		
	Знакомство с применением показательной функции.	2	
	В том числе практических занятий	4	
Практическое занятие №35 Решение показательных уравнений <i>методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом.</i>	2		

	Практическое занятие №36 Решение показательных неравенств	2	
Тема 6.5 Логарифм числа. Свойства логарифмов	Содержание учебного материала	8	
	Логарифм числа.	2	
	Свойства логарифмов.	2	
	Операция логарифмирования	2	
	В том числе практических занятий	2	
	Практическое занятие №37 Логарифм числа. Свойства логарифмов	2	
Тема 6.6 Логарифмическая функция, ее свойства. Логарифмические уравнения, неравенства	Содержание учебного материала	8	
	Логарифмическая функция и ее свойства.	2	
	Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования.	2	
	В том числе практических занятий	4	
	Практическое занятие №38 Три основных метода решения логарифмических уравнений: <i>функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной.</i>	2	
	Практическое занятие №39 Логарифмические неравенства	2	
Тема 6.7 Логарифмы в природе и технике	Содержание учебного материала	4	
	<i>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</i>	4	
	Практическое занятие № 40 Применение логарифма.	2	
	Практическое занятие № 41 Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства	2	
Тема 6.8 Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции	Содержание учебного материала	2	
	Контрольная работа	2	
	Контрольная работа №6. Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение уравнений	2	
	Самостоятельная работа (<i>вид задания, тематика</i>) Подготовить презентацию на тему: «Из истории степеней». Подготовить доклад на тему: «Свойства степени с действительным показателем». Подготовить сообщение на тему: «Из истории понятия функция». Подготовить презентацию на тему: «Показательная функция». Подготовить презентацию на тему: «Из истории логарифмов».	23	

	Подготовить доклад на тему: «Эварист Галуа». Подготовить кроссворд. Подготовка глоссария. Решение задач. Подготовить реферат по теме: «Логарифмы и показательные функции: применение в прикладной профессиональной деятельности.»		
Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики		28	ОК02, ОК03, ОК05 ПК 1.3. ПК 2.1 ПК 2.3 ПК 3.1. ПК 3.2. ПК 3.3. ПК 3.4
Тема 7.1 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей	Содержание учебного материала	8	
	Совместные и несовместные события.	2	
	Теоремы о вероятности суммы событий.	2	
	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	4	
	Условная вероятность. Зависимые и независимые события.	2	
	Теоремы о вероятности произведения событий	2	
Тема 7.2 Вероятность в профессиональных задачах	Содержание учебного материала	4	
	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	4	
	Практическое занятие № 42 Относительная частота события, свойство ее устойчивости.	2	
	Практическое занятие №43 Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события	2	
Тема 7.3 Дискретная случайная величина, закон ее распределения	Содержание учебного материала	8	
	Виды случайных величин.	2	
	Определение дискретной случайной величины.	2	
	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	4	
	Закон распределения дискретной случайной величины.	2	
	Числовые характеристики дискретной случайной величины	2	
Тема 7.4 Задачи математической	Содержание учебного материала	6	
	Первичная обработка статистических данных.	2	

статистики.	<i>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</i>	4	
	Практическое занятие №44 Числовые характеристики (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия).	2	
	Практическое занятие №45 Работа с таблицами, графиками, диаграммами	2	
Тема 7.5 Элементы теории вероятностей и математической статистики	Содержание учебного материала	2	
	Контрольная работа	2	
	Контрольная работа № 7 Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.	2	
	Самостоятельная работа (вид задания, тематика) Подготовить сообщение на тему: «Практическое применение комбинаторных задач» Подготовить реферат на тему: «Теория игр: история возникновения, основные понятия, области современного применения.» Подготовить презентацию на тему: «От азартных игр к комбинаторике. Комбинаторика Тарталья. П. Ферма и Б. Паскаль. Вклад в развитие комбинаторики Я. Бернулли, Г. Лейбница, Л. Эйлера. Возникновение теории вероятностей.» Подготовить реферат на тему: «Простейшие методы решения вероятностных задач. Принцип математической индукции. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Вероятность и статистическая частота наступления события»	14	
Всего:		258	
Самостоятельных работ		129	
Итого		387	

3 Условия реализации программы общеобразовательной дисциплины

3.1 Освоение программы учебной дисциплины ОУД.03 Математика

осуществляется в ГБПОУ КК «КТЭК», реализующего образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования, в учебном кабинете «Математика», в котором имеется свободный доступ в Интернет во время учебного занятия и в период внеучебной деятельности обучающихся.

Помещение кабинета удовлетворяет требованиям Санитарно-эпидемиологических правил и нормативов (СанПиН 2.4.2 № 178-02) и оснащено типовым оборудованием, указанным в настоящих требованиях, в том числе специализированной учебной мебелью и средствами обучения, достаточными для выполнения требований к уровню подготовки обучающихся.

В кабинете имеется в наличии мультимедийное оборудование, посредством которого участники образовательного процесса просматривают визуальную информацию по Математике, создают презентации, видеоматериалы, иные документы.

В состав учебно-методического и материально-технического обеспечения программы учебной дисциплины Математика входят:

Технические средства обучения:

- персональный компьютер с лицензионным программным обеспечением;
- проектор с экраном.

В библиотечный фонд входят учебники, учебно-методические комплекты (УМК), обеспечивающие освоение учебной дисциплины Математика, рекомендованные или допущенные для использования в профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования.

Библиотечный фонд дополнен энциклопедиями, справочниками, научной и научно-популярной, художественной литературой и др....

В процессе освоения программы учебной дисциплины Математика обучающиеся имеют возможность доступа к электронным учебным материалам, имеющиеся в свободном доступе в системе Интернет (электронные книги, практикумы, тесты, материалы ЕГЭ и др.)

3.2 Информационное обеспечение реализации программы

3.2.1. Основные печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика для учреждений нач. и сред. Проф. Образования. М.: «Академия»
2. Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля: учебник для образоват. Учреждений нач. и сред. Проф. Образования. М.: «Академия»
3. Колмагоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. М: Просвещение
4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев и др., Геометрия, 10-11 кл. для общеобразоват. Учреждений М: Просвещение
5. Александров, А.Д. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учебник / А.Д. Александров, Л.А. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Издательство «Просвещение», 2020. – 257 с. – ISBN: 978-5-09-062551-7 / - Текст : непосредственный
6. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. - М. : Мнемозина, 2020. - 457 с. – ISBN: 978-5-346-01200-9 / - Текст : непосредственный
7. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г.

- Мордкович, П.В. Семенов. - М. : Мнемозина, 2020. - 351 с. – ISBN 978-5-346-03199-4/ - Текст : непосредственный
8. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) /А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич [и др.] - М. : Мнемозина, 2020. - 336 с. – ISBN: 978-5-346-01202-3/ - Текст : непосредственный
9. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич [и др.],- М. : Мнемозина, 2020. - 137 с. – ISBN: 978-5-346-02411-8/ - Текст : непосредственный

3.2.2. Дополнительные источники

1. Всероссийские интернет-олимпиады. - URL: <https://online-olympiad.ru> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
1. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. - URL: <http://school-collection.edu.ru/> (дата обращения: 08.07.2021). - Текст: электронный.
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - URL: <http://window.edu.ru/> (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека (НЭБ). - URL: <http://www.elibrary.ru> (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
4. Открытый колледж. Математика. - URL: <https://mathematics.ru> / (дата обращения: 08.06.2021). - Текст: электронный.
5. Повторим математику. - URL: <http://www.mathteachers.narod.ru> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
6. Справочник по математике для школьников. - URL: <https://www.resolventa.ru/demo/demomath.htm> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
7. Средняя математическая интернет школа. - URL: <http://www.bymath.net/> (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
8. Федеральный портал «Российское образование». - URL: <http://www.edu.ru/> (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
9. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов. - URL: <http://fcior.edu.ru/> (дата обращения: 01.07.2021). - Текст: электронный.

4. Контроль и оценка результатов освоения общеобразовательной дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения общеобразовательной дисциплины раскрываются через дисциплинарные результаты, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций по разделам и темам содержания учебного материала.

Общая/профессиональная компетенция	Раздел/Тема	Тип оценочных мероприятия
ОК01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	Р1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с 5, 1.4. Р2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 Р5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6 Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	Р1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях	Р1, Темы 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене
	Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4	
ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	Р1, Темы 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 Р5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене
ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста	Р1, Темы 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене

ОК06.Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения	Р1, Темы1.1,1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р4, Темы4.1,4.2,4.3,4.4, 4.5,4.6,4.7П-о/с,4.8,4.9, 4.10 Р5, Темы5.1,5.2,5.3П-о/с,5.4,5.5,5.6	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене
ОК07.Содействовать Сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях	Р2, Темы2.1,2.2,2.3,2.4, 2.5,2.6П-о/с,2.7 Р4, Темы4.1,4.2,4.3,4.4, 4.5,4.6,4.7П-о/с,4.8,4.9, 4.10 Р5, Темы5.1,5.2,5.3П-о/с,5.4,5.5,5.6 Р6, Темы6.1,6.2,6.3,6.4, 6.5, 6.6, 6.7П-о/с, 6.8	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене
ПК 1.3. Обслуживать покупателей и предоставлять достоверную информацию о качестве, потребительских свойствах товаров, требованиях безопасности их эксплуатации.	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с
ПК 2.1. Осуществлять приемку товаров и контроль за наличием необходимых сопроводительных документов на поступившие товары.	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с
ПК 2.3. Обслуживать покупателей, консультировать их о пищевой	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6	Тестирование Устный опрос

ценности, вкусовых особенностях и свойствах отдельных продовольственных товаров	Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Практические работы п-о/с
ПК 3.1. Соблюдать правила эксплуатации контрольно-кассовой техники (ККТ) и выполнять расчетные операции с покупателями.	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с
ПК 3.2. Проверять платежеспособность государственных денежных знаков	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с
ПК 3.3. Проверять качество и количество продаваемых товаров, качество упаковки, наличие маркировки, правильность цен на товары и услуги.	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с
ПК 3.4. Оформлять документы по кассовым операциям.	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с

5 Контрольно-измерительные материалы

Контрольно-измерительные материалы (далее – КИМ) представлены в виде междисциплинарных заданий и направлены на контроль качества и управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и процессом формирования компетенций, определенных основной образовательной программой среднего профессионального образования по учебной дисциплине *ОУД.03 Математика* посредством текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестацией. КИМ разработан с опорой на синхронизированные образовательные результаты и с учетом профессиональной направленности образовательной программы для специальности 38.01.02 Продавец, контролёр-кассир

5.1 Критерии оценивания устных ответов на вопросы промежуточной аттестации в форме экзамена:

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности усвоения;
- последовательность изложения;
- умение подтвердить ответ своими примерами;

«5» - ответ полный, правильный, материал усвоен и подтверждается своими примерами, отвечает связно, последовательно, без недочетов или допускает некоторые неточности.

«4» - ответ близкий к «5», но студент допускает неточности, которые легко исправляется сам.

«3» - обучающийся обнаруживает понимание излагаемого материала, но отвечает неточно, по наводящим вопросам, затрудняется сам привести пример. Исправляет только с помощью, излагает материал несвязно..

«2» - обучающийся обнаруживает полное непонимание излагаемого материала, отсутствие ответа

5.2 Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

- уровень освоения учебного материала;
- уровень умения использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- уровень сформированности общеучебных умений;
- уровень умения активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- обоснованность и четкость изложения материала;
- оформление материала в соответствии с требованиями стандарта предприятия;
- уровень умения ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
- уровень умения четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
- уровень умения определить, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
- уровень умения сформулировать собственную позицию, оценку и аргументировать ее.

5.3 Контрольно-оценочные средства и критерии оценки текущего контроля знаний

5.3.1 Оценочные средства для проведения текущего контроля освоения учебной дисциплины *ОУД.03 Математика*

1.1. Задания и эталоны ответов для проведения текущего контроля

Раздел 1. Повторение курса математики
основной школы

Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления
Теоретические вопросы

1. Какие виды чисел вы уже знаете?
2. Что такое натуральные числа, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа?
3. Порядок действий при вычислениях.
4. Свойства степеней с одинаковыми основаниями.
5. На сколько нужно уменьшить 64, чтобы получить 39?
6. В школе 895 детей. Из них 417 девочек. Сколько мальчиков?
7. Что такое постоянные, параметры, переменные, неизвестные.
8. Сложение, вычитание, умножение, деление степени.

Тема 1.2. Процентные вычисления. Уравнения и неравенства

Теоретические вопросы

1. Нахождение 1 % от числа.
2. Нахождение процентов от числа.
3. Нахождение числа по его процентам.
4. Нахождение неизвестной величины с помощью пропорции.
5. Разбор формул сложных процентов.
6. Что значит решить уравнение?
7. Сколько решений имеет линейное уравнение? Квадратное уравнение?
8. Формула нахождения дискриминанта квадратного уравнения. Формулы корней квадратного уравнения.
9. Неполные квадратные уравнения.
10. Решение неравенств: скобки, точки, знаки.
11. Способы решения систем линейных неравенств.
12. Решение заданий (уравнений, неравенств, систем)

Практическое занятие №1 Действия со степенями, формулы сокращенного умножения

Задание 1. Выполнить действие и записать результат в виде десятичной дроби.

- a) $\frac{8}{13} + \frac{2}{3}$
- b) $\frac{1}{6} + 0,33$
- c) $\frac{7}{9} \cdot 1,7$

Задание 2. Вычислите значение выражения.

- a) $((2,15 - 1\frac{5}{16}) : 33,5 + 5\frac{1}{7} * 3,85 - 15,7) \frac{8}{11} + 2,25$
- b) $0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2\frac{1}{2} \cdot 0,8$

Задание 3. Даны числа:

$$0,212112111\dots; -6,7; -0,(23); 0; -\frac{1}{5}; 1\frac{3}{7}; \sqrt{5}-6; 10; 0,25; 136; \pi.$$

Выписать те из них, которые являются: натуральными; целыми; рациональными; иррациональными.

Тема 1.3. Процентные вычисления в профессиональных задачах

Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)

Практическое занятие №2 Простые и сложные проценты.

Задание №1.

Сколько из листа оцинкованного железа прямоугольной формы размером 150x100 см² можно сделать бидонов с крышками, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда длиной 20 см, шириной 15 см, высотой 30 см, если расход на швы составляет 0,4% всей площади листа?

Задание №2.

В школьный буфет привезли пирожки. Ученики старших классов скупили 120

пирожков, что составило 48% всего количества. Сколько всего привезли пирожков? Сколько пирожков купили ученики младших классов, если 17 пирожков остались не проданными?

Практическое занятие №3 Процентные вычисления в профессиональных задачах

Задание №1.

В комиссионном магазине цена товара, выставленного на продажу, уменьшается на одно и то же число % от прежней цены. Определите, на сколько % каждый месяц уменьшалась цена магнитофона, если выставленный на продажу за 4 тыс. рублей после двух снижений он был продан за 2250 рублей?

Задание №2.

Магазин детских товаров закупает погремушку по оптовой цене 260 рублей за одну штуку и продаёт с 40-процентной наценкой. Сколько будут стоить 3 такие погремушки, купленные в этом магазине?

Тема 1.4 Решение задач. Входной контроль

Теоретические вопросы

1. Какие углы называются смежными?
2. Теорема о смежных углах. (*Сумма смежных углов равна 180°*)
3. Следствие. (*Если смежные углы равны, то они прямые*)
4. Определение вертикальных углов.
5. Теорема о вертикальных углах. (*Вертикальные углы равны*)
6. Угол между прямыми. (*Угловая мера меньшего из вертикальных углов*)
7. Первый признак равенства треугольников (*По двум сторонам и углу между ними*)
8. Второй признак равенства треугольников. (*По стороне и 2 прилежащим к ней углам*)
9. Третий признак равенства треугольников. (*По трем сторонам*)
10. Определение равнобедренного треугольника.
11. Свойство 1 равнобедренного треугольника. (*Об углах при основании*)
12. Свойство 2 равнобедренного треугольника (*О биссектрисе, проведенной к основанию*)
13. Теоремы о высоте, медиане в равнобедренном треугольнике.

Практическое занятие №4 Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства.

Геометрия на плоскости

Вариант 1

1. Вычислите: $\left(5\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) : \frac{2}{9} - \frac{3}{26} \cdot 4\frac{1}{3}$.
2. Упростите выражение:
 - а) $\frac{2a-2b}{b} \cdot \left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}\right)$;
 - б) $\left(a - \frac{4a-9}{a-2}\right) : \left(2a - \frac{2a}{a-2}\right)$.
3. Решите уравнение:
 - а) $2x^2 + 3x - 5 = 0$;
 - б) $25 - 100x^2 = 0$;
 - в) $\frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{5} = 2$.
4. Решите неравенство:
 - а) $6x - 5(2x + 8) > 14 + 2x$;
 - б) $3x^2 - 4x + 1 \leq 0$.
5. У прямоугольного треугольника катет $a = 3$ см и гипотенуза $c = 5$ см. Найдите другой катет.

Вариант 2

1. Вычислите: $\left(3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}\right) : 2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{3} \cdot 2,4$.

2. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n}\right) : \frac{2}{3m-3n}$;

б) $\left(3x - \frac{3x}{x-4}\right) : \left(x - \frac{6x-25}{x-4}\right)$.

3. Решите уравнение:

а) $5x^2 + 7x + 2 = 0$;

б) $4 - 36x^2 = 0$;

в) $\frac{x-4}{2} - \frac{x-1}{5} = 3$.

4. Решите неравенство:

а) $5 + x > 6x - 3(4x + 5)$;

б) $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$.

5. У прямоугольного треугольника катеты $a = 3$ см и $b = 5$ см. Найдите гипотенузу.

Контрольная работа № 1 Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства.
Геометрия на плоскости

Обязательная часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных:

1. Раскройте формулу сокращенного умножения $a^2 - b^2$:

А) $a^2 - 2ab + b^2$; Б) $(a-b)(a+b)$; В) $a^2 + 2ab - b^2$; Г) $(a-b)(a-b)$

2. Площадь треугольника вычисляется по формуле:

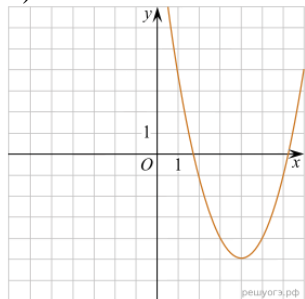
А) $S = a \cdot b$; Б) $S = (a \cdot b) / 2$; В) $S = 2a \cdot b$; Г) $S = (a \cdot b) / 3$.

3. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{10}{17}$ и $\frac{5}{8}$?

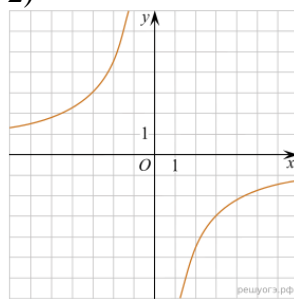
А) 0,4; Б) 0,5; В) 0,6; Г) 0,7

4. Даны графики функций. Какая формула соответствует графику 3):

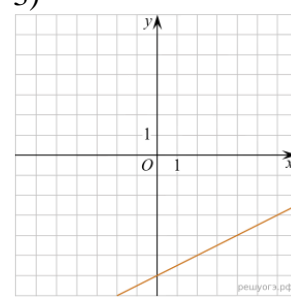
1)



2)



3)



А) $y = \frac{1}{2}x - 6$; Б) $y = x^2 - 8x + 11$; В) $y = -\frac{9}{x}$; Г) $y = x + 5$.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Вычислите: $\frac{1}{2} + \frac{11}{5}$.

6. Решите уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

7. Для ремонта требуется 57 рулонов обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 5 рулонов?

8. Высота ВН параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AN = 2 и ND = 32. Диагональ параллелограмма BD равна 40. Найдите площадь параллелограмма.

Дополнительная часть

При выполнении задания 9 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.

9. Рыболов проплыл на лодке от пристани некоторое расстояние вверх по течению

реки, затем бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	Б	Б	В	А	2,7	2	12	816	8

Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве

Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей

Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте теорему Пифагора.
2. Перечислите основные фигуры в пространстве.
3. Перечислите способы задания плоскости.
4. Продолжите теорему: «Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то...».
5. Продолжите теорему: «Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то...».
6. Теоремы – признаки параллельности прямых (*через внутренние накрест лежащие углы, соответственные углы, односторонние углы*)
7. Свойства параллельных прямых. (*Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны*)
8. Следствие. (*Если прямая перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой.*)
9. Теорема. (*Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны*)
10. Теорема. (*Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180°*)
11. Теорема. (*Если стороны одного угла соответственно параллельны сторонам другого угла, то такие углы равны или в сумме составляют 180°*)
12. Теорема (*Если стороны одного угла соответственно перпендикулярны к сторонам другого угла, то такие углы или равны или в сумме составляют 180°*)
13. Теорема о сумме углов треугольника.
14. Определение внешнего угла треугольника (*Угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника*)

Практическое занятие №5 Основные пространственные фигуры

Вариант 1.

Задание 1. Плоскость пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC соответственно в точках D и E, причем $AC \parallel DE$. Найдите AC, если $BD:AD=4:3$ и $DE=12$ см.

Задание 2. Ребро куба равно 6 см. Найдите:

а) диагональ куба;

б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

Задание 3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK. Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB=BC=30$ см., $AC=48$ см., $OK=16$ см.

Задание 4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дано: $AB=BC=4\sqrt{2}$ см., $BD_1=16$ см. Найдите: а) расстояние между прямыми BD_1 и AA_1 ;

б) угол между прямой BD_1 и плоскостью ABC.

Вариант 2.

Задание 1. Плоскость α пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC соответственно

в точках D и E, причем $AC \parallel \square$. Найдите AC, если $BD:AD=6:5$ и $DE=18$ см.

Задание 2. Ребро куба равно 10 см. Найдите: а) диагональ куба; б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

Задание 3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. K плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK. Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB=BC=15$ см., $AC=24$ см., $OK=8$ см.

Задание 4. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA B C D дано: $AB=BC=$ см., $BD=24$ см. Найдите: а) расстояние между прямыми BD и AA ; б) угол между прямой BD и плоскостью ABC.

Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте определение двугранного угла.
2. Раскройте понятие «угол между прямыми».
3. Перечислите взаимное расположение двух прямых в пространстве
4. Какие прямые называются параллельными в пространстве?
5. Как найти расстояние между плоскостями?
6. Продолжите определение: «Перпендикуляр – это...».
7. Продолжите определение: «Наклонная – это...».
8. Определение параллелограмма.
9. 37. Теорема Фалеса. (*Если на одной стороне угла отложить от вершины равные между собой отрезки и через их концы провести параллельные...*)
10. Средняя линия треугольника.
11. .Определение трапеции. (*Четырехугольник, у которого..*)
12. Средняя линия трапеции - (*Отрезок, соединяющий...*)
13. Теорема о средней линии трапеции. (*Средняя линия трапеции параллельна...*)
14. Признаки равнобедренной трапеции. (*Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная*) и (*Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная*)
15. .Определение прямоугольника. (*Параллелограмм, у которого все углы прямые..*)
16. Свойство прямоугольника. (*Диагонали прямоугольника равны*)(*В прямоугольнике противоположные стороны равны*)(*В прямоугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам*)
17. Признак прямоугольника. (*Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм прямоугольник.*)
18. Определение ромба. (*Параллелограмм, у которого все стороны равны*)
19. Свойство ромба. (*Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.*)(*В ромбе углы противоположные равны*),(*Диагонали точкой пересечения делятся пополам*)(*Сумма углов, прилежащих к одной стороне 180*)
20. Определение квадрата. (*Прямоугольник, у которого все стороны равны*)
Квадрат обладает свойствами прямоугольника и ромба
21. Площадь параллелограмма, треугольника, трапеции.
22. Площадь ромба.

Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Теоретические вопросы:

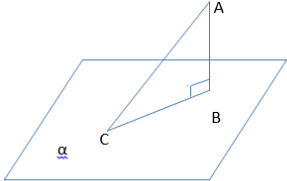
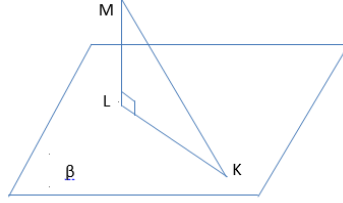
1. Какие прямые называются скрещивающимися в пространстве?
2. Какие прямые называются перпендикулярными в пространстве?
3. Перечислите взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
4. Раскройте понятие «угол между прямой и плоскостью».
5. Раскройте понятие «параллельность прямой и плоскости».
6. Раскройте понятие «перпендикулярность прямой и плоскости».

Тема 2.4. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах

Теоретические вопросы:

1. Перечислите взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
2. Раскройте понятие «угол между плоскостями».
3. Раскройте понятие «параллельность плоскостей».
4. Раскройте понятие «перпендикулярность плоскостей».
5. Как найти расстояние от точки до прямой?
6. Как найти расстояние между прямыми?

Тест

В-1	В-2																				
<p>1. Найдите соответствие (см. рис):</p> <table border="0"> <tr> <td>а) АВ</td> <td>а) наклонная</td> </tr> <tr> <td>б) АС</td> <td>б) основание наклонной</td> </tr> <tr> <td>в) В</td> <td>в) проекция наклонной</td> </tr> <tr> <td>г) С</td> <td>г) основание перпендикуляра</td> </tr> <tr> <td>д) ВС</td> <td>д) перпендикуляр</td> </tr> </table> <p>2. Верно ли что (см. рис):</p> <p>а) АС-расстояние от точки А до точки плоскости α.</p> <p>б) $\triangle ABC$ прямоугольный</p> <p>в) $AB \perp \alpha$</p> <p>3. Решите задачи и выберите правильный ответ:</p> <p>1) $AC=5м, AB=4м, CB=?$</p> <p>а) 41м б) 19м в) 3м г) 9м</p> <p>2) $AB=30см, \angle ACB=30^\circ$. Гипотенуза ABC равна:</p> <p>а) $15\sqrt{3}$ см б) 15см в) 1см г) 60см</p> 	а) АВ	а) наклонная	б) АС	б) основание наклонной	в) В	в) проекция наклонной	г) С	г) основание перпендикуляра	д) ВС	д) перпендикуляр	<p>1. Найдите соответствие (см. рис):</p> <table border="0"> <tr> <td>а) LK</td> <td>а) основание перпендикуляра</td> </tr> <tr> <td>б) ML</td> <td>б) наклонная</td> </tr> <tr> <td>в) L</td> <td>в) перпендикуляр</td> </tr> <tr> <td>г) МК</td> <td>г) проекция наклонной</td> </tr> <tr> <td>д) К</td> <td>д) основание наклонной</td> </tr> </table> <p>2. Верно ли что (см. рис):</p> <p>а) $\triangle MLK$ равнобедренный</p> <p>б) ML – расстояние от точки М до плоскости β</p> <p>в) $MK \perp LK$</p> <p>3. Решите задачи и выберите правильный ответ.</p> <p>1) $ML=6$ см, $LK=18$ см, МК-?</p> <p>а) 14 см б) $\sqrt{32}$ см в) 10 см г) $\sqrt{42}$ см</p> <p>2) $KL=15м, \angle MKL=60^\circ$ ML-?</p> <p>а) 30м б) $15\sqrt{3}$ м в) 15м г) $15 \frac{\sqrt{3}}{2}$ м</p> 	а) LK	а) основание перпендикуляра	б) ML	б) наклонная	в) L	в) перпендикуляр	г) МК	г) проекция наклонной	д) К	д) основание наклонной
а) АВ	а) наклонная																				
б) АС	б) основание наклонной																				
в) В	в) проекция наклонной																				
г) С	г) основание перпендикуляра																				
д) ВС	д) перпендикуляр																				
а) LK	а) основание перпендикуляра																				
б) ML	б) наклонная																				
в) L	в) перпендикуляр																				
г) МК	г) проекция наклонной																				
д) К	д) основание наклонной																				

Эталоны ответов:

В-1	В-2
1.	1.
2.а)	2.а)
2.б)	2.б)
2.в)	2.в)
3.1	3.1
3.2	3.2

Практическое занятие №6 Расстояния в пространстве

Вариант 1

Задание 1. Дан треугольник МКР. Плоскость \square , параллельная прямой МК, пересекает сторону МР этого треугольника в точке М1, а сторону КР – в точке К1. Найдите длину отрезка

M_1K_1 , если $PK: PK_1=9:5$ и $MK=27$ см.

Задание 2. Параллельные плоскости α и β пересекают стороны угла AKC в точках M_1 и M_2 , P_1 и P_2 соответственно. Найдите M_1M_2 , если $P_1P_2=45$ см, $M_1P_1 : M_1K = 4 : 5$.

Задание 3. Точка M лежит между параллельными плоскостями α и β . Прямые a и b , проходящие через точку M пересекают плоскость α в точках A_1, A_2 , а плоскость β в точках B_1 и B_2 . Найдите MB_2 , если $A_1A_2 : B_1B_2 = 3 : 5$ и $A_2B_2 = 16$ см.

Задание 4. Дан треугольник ABC . Точка E принадлежит стороне AB , точка K принадлежит стороне BC , причем $BE : EA = BK : KC = 2 : 5$. Через прямую AC проходит плоскость α , не совпадающая с плоскостью треугольника ABC . Докажите, что $EK \parallel \alpha$. Найдите длину отрезка AC , если $EK = 4$ см.

Вариант 2

Задание 1. Дан треугольник MPE . Плоскость a , параллельная прямой ME , пересекает сторону MP этого треугольника в точке M_1 , а сторону PE – в точке K_1 . Найдите длину отрезка M_1E , если $MP: M_1P=9:3$ и $M_1K_1=13$ см.

Задание 2. Параллельные плоскости α и β пересекают стороны угла ABC в точках M_1 и M_2 , K_1 и K_2 соответственно. Найдите K_1K_2 , если $M_1M_2= 14$ см, $BM_2: M_2K_2 = 7:11$.

Задание 3. Точка C лежит между параллельными плоскостями α и β . Прямые a и b , проходящие через точку C пересекают плоскость α в точках A_1, A_2 , а плоскость β в точках B_1 и B_2 . Найдите CB_2 , если $A_1A_2: B_1B_2 = 6 : 10$ и $A_2B_2 = 8$ см.

Задание 4. Дан треугольник ABC . Точка M принадлежит стороне AB , точка K принадлежит стороне BC , причем $BM: MA = 3:4$. Через прямую MK проходит плоскость α , параллельная прямой AC . Докажите, что $BC: BK = 7:3$. Найдите длину отрезка MK , если $AC = 14$ см

Тема 2.5. Координаты и векторы в пространстве

Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Проекция наклонной – это...».
2. Перечислите свойства параллельного проектирования.
3. Из чего состоит прямоугольная система координат в пространстве?
4. Если точка лежит в плоскости xy , какая координата у нее нулевая?
5. Приведите пример координат точки A , которая лежит на оси z .
6. Раскройте понятие «вектор».
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Какие векторы называются перпендикулярными?

Тест

Вариант 1.

1. Какое из следующих утверждений неверно?

- а) длиной ненулевого вектора AB называется длина отрезка AB ;
- б) нулевой вектор считается сонаправленным любому вектору;
- в) разностью векторов a и b называется такой вектор, сумма которого с вектором b равна вектору a ;
- г) векторы называются равными, если равны их длины.

2. Упростите выражение: $CC_1+CB+CD+A_1B_1$, если $ABCD A_1B_1C_1D_1$ - параллелепипед.

- а) AC ; б) 0 ; в) CB_1 ; г) DC ; д) BA .

3. Какие из следующих утверждений верны?

- а) противоположные векторы равны;
- б) Векторы, лежащие на двух прямых, перпендикулярных к одной плоскости,

коллинеарны

- в) произведение вектора на число является числом;

- г) Для сложения двух векторов на плоскости используют правило параллелограмма.
4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между DC_1 и CB .
- а) 45° ; б) 30° ; в) 135° ; г) 90° ; д) 60° .
5. Какие из следующих утверждений неверны?
- а) векторы называются компланарными, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости;
- б) если вектор c можно разложить по векторам a и b , т.е. представить в виде $c=xa+yb$, где x, y - некоторые числа, то векторы a, b, c компланарны;
- в) для сложения трёх некомпланарных векторов используют правило

параллелепипеда;

- г) любые два вектора компланарны;

6. Диагонали куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ пересекаются в точке O . Найдите число μ из равенства

$$DO_1 = \mu OB_1.$$

7. Известно, что $2AC = AB + AD$, тогда векторы AB, AD являются:

- а) некомпланарными; б) сонаправленными; в) коллинеарными;
- г) нулевыми; д) компланарными.

8. Даны параллелограммы $ABCD$ и $AB_1C_1D_1$. Тогда векторы BB_1, CC_1, DD_1 :

- а) нулевые; б) равные; в) противоположные; г) компланарные; д) некомпланарные.

9. Найдите соответствие, если $A(x, y, z)$, а $B(x_1, y_1, z_1)$

1. координаты вектора BA	А) $\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$
2. Скалярное произведение векторов	Б) $(ax; ay; az)$
3. абсолютная величина вектора BA	В) $(x-x_1; y-y_1; z-z_1)$
4. умножение вектора A на число	Г) $xx_1+yy_1+zz_1$

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A и перпендикулярной прямой AB , если $A(-1, 2, 1)$, $B(-3, 1, -2)$.

11. Площадь треугольника равна 8. Угол между плоскостью треугольника и его ортогональной проекцией равен 45° . Найдите площадь ортогональной проекции треугольника.

Критерии отметки: за каждый правильный ответ даётся по 1 баллу; максимальное количество баллов 11.

11 баллов – «5»;

9-10 баллов – «4»;

6-8 баллов – «3»;

менее 6 баллов – «2».

Тест

Вариант 2.

1. Какое из следующих утверждений неверно?

- а) длиной нулевого вектора AB называется длина отрезка AB ;
- б) любая точка пространства рассматривается как нулевой вектор;
- г) для любых векторов a и b выполняется равенство $a+(-b)=a-b$;
- д) векторы называются равными, если они сонаправлены и равны их длины.

2. Упростите выражение: $B_1B+B_1C_1+B_1A_1+DC$, если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - параллелепипед.

- а) B_1A_1 ; б) 0 ; в) CC_1 ; г) CA ; д) B_1C .

3. Какие из следующих утверждений верны?

- а) любые два вектора компланарны.
- б) если векторы a и b коллинеарны и $a \neq 0$, то существует такое число k , что $b=ka$;
- в) векторы называются равными, если они сонаправлены;
- г) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены;

4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между CB_1 и BA_1

а) 45° ; б) 30° ; в) 100° ; г) 90° ; д) 60° .

5. Какие из следующих утверждений неверны?

а) три вектора будут компланарными, если один из них нулевой;

б) если векторы a , b и c компланарны, то вектор d можно разложить по векторам a , b

и c

т.е. представить в виде $d=xa+yb+zc$, где x , y , z - некоторые числа;

в) для сложения трёх компланарных векторов используют правило параллелограмма;

г) любые два вектора коллинеарны.

6. Диагонали куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке O . Найдите число μ из равенства

$$C_1O = \mu AC_1.$$

7. Известно, что $2AC = -AB - AD$, тогда векторы AB , AD являются:

а) компланарными; б) некомпланарными; в) коллинеарными; г) сонаправлены; д) нулевые.

8. Даны параллелограммы $ABCD$ и $AB_1C_1D_1$. Тогда векторы B_1B , C_1C , D_1D :

а) нулевые; б) равные; в) компланарные; г) некомпланарные; д) противоположные.

9. Найдите соответствие, если $A(x, y, z)$, а $B(x_1, y_1, z_1)$

1. площадь ортогональной проекции многоугольника	А) $\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$
2. координаты середины отрезка	Б) $(\frac{x+x_1}{2}, \frac{y+y_1}{2}, \frac{z+z_1}{2})$
3. Скалярное произведение векторов	В) $S_{\phi} \cdot \cos \alpha$
4. абсолютная величина вектора BA	Г) $xx_1 + yy_1 + zz_1$

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку B и перпендикулярной прямой BC , если $B(-1, -2, 2)$, $C(7, 0, -9)$.

11. Площадь ортогональной проекции параллелограмма равна 7. Найдите площадь самого параллелограмма, если угол между плоскостями данных многоугольников равен 60° .

Критерии отметки: за каждый правильный ответ даётся по 1 баллу; максимальное количество баллов 11.

11 баллов – «5»;

9-10 баллов – «4»;

6-8 баллов – «3»;

менее 6 баллов – «2».

Ответы

№	1 вариант	2 вариант
1	Г	А
2	В	Д
3	Б Г	А Б
4	Г	Д
5	А Б	Г В
6	2	-1/2
7	В	В
8	Б	Б
9	1-в, 2-г, 3-а, 4-б	1-в, 2-б, 3-г, 4-а
10	$-2x - y - 3z + 3 = 0$	$8x + 2y - 11z + 34 = 0$
11	$4\sqrt{2}$	14

Практическое занятие № 7 Скалярное произведение векторов.

Вариант 1.

1. Даны точки $A(3; -1; 2)$ и $B(5; 1; 1)$. Найдите:

- а) координаты вектора \overline{AB} ; б) $|\overline{AB}|$.
2. Даны векторы $\overline{a}(-2; 3; 1)$ и $\overline{b}(4; -1; 2)$. Найдите:
- а) координаты вектора $2\overline{a} - \overline{b}$;
- б) при каком значении y и z вектор $\overline{c}(8; y; z)$ и вектор \overline{a} коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов \overline{a} и \overline{b} , если:
- а) $\overline{a}(2; -4; 1)$, $\overline{b}(3; 2; -1)$; б) $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 4$, $\cos(\overline{a}, \overline{b}) = \frac{1}{6}$.
4. Найдите значение m , при котором векторы \overline{a} и \overline{b} перпендикулярны, если $\overline{a}(2; -4; m)$, $\overline{b}(3; -1; 5)$.
5. Найдите $\cos \angle$ между векторами $\overline{a}(2; 3; -1)$ и $\overline{b}(3; -1; 2)$.
- Вариант 2.
1. Даны точки А (3; -1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:
- а) координаты вектора \overline{BA} ; б) $|\overline{BA}|$.
2. Даны векторы $\overline{a}(-2; 3; 1)$ и $\overline{b}(4; -1; 2)$. Найдите:
- а) координаты вектора $\overline{a} + 3\overline{b}$;
- б) при каком значении y и z вектор $\overline{c}(8; y; z)$ и вектор \overline{b} коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов \overline{a} и \overline{b} , если:
- а) $\overline{a}(-2; 3; 1)$, $\overline{b}(-1; -1; 4)$; б) $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 5$, $\cos(\overline{a}, \overline{b}) = 0,1$.
4. Найдите значение m , при котором векторы \overline{a} и \overline{b} перпендикулярны, если $\overline{a}(3; 2; -1)$, $\overline{b}(2; m; -2)$.
5. Найдите $\cos \angle$ между векторами $\overline{a}(3; 2; -1)$ и $\overline{b}(-1; 2; 3)$.
- Вариант 3.
1. Даны точки А (3; -1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:
- а) координаты вектора \overline{AB} ; б) $|\overline{AB}|$.
2. Даны векторы $\overline{a}(3; -4; 2)$ и $\overline{b}(-2; 1; 6)$. Найдите:
- а) координаты вектора $2\overline{a} + \overline{b}$;
- б) при каком значении x и y вектор $\overline{c}(x; y; 5)$ и вектор \overline{a} коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов \overline{a} и \overline{b} , если:
- а) $\overline{a}(3; -1; 2)$, $\overline{b}(2; 3; -4)$; б) $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 3$, $\cos(\overline{a}, \overline{b}) = \frac{1}{2}$.
4. Найдите значение m , при котором векторы \overline{a} и \overline{b} перпендикулярны, если $\overline{a}(3; -1; m)$, $\overline{b}(2; 4; 3)$.
5. Найдите $\cos \angle$ между векторами $\overline{a}(-1; 2; 3)$ и $\overline{b}(2; -1; 3)$.
- Вариант 4.
1. Даны точки А (3; -1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:

а) координаты вектора \overrightarrow{BA} ; б) $|\overrightarrow{BA}|$.

2. Даны векторы $\vec{a}(3; -4; 2)$ и $\vec{b}(-2; 1; 6)$. Найдите:

а) координаты вектора $\vec{a} - 3\vec{b}$;

б) при каком значении x и y вектор $\vec{c}(x; y; 5)$ и вектор \vec{b} коллинеарны?

3. Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если:

а) $\vec{a}(1; -2; 4)$, $\vec{b}(2; -1; 3)$; б) $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0,2$.

4. Найдите значение m , при котором векторы \vec{a} и \vec{b} перпендикулярны, если $\vec{a}(3; 2; -$

1),

$\vec{b}(m; 3; 1)$.

5. Найдите $\cos \angle j$ между векторами $\vec{a}(3; -1; 2)$ и $\vec{b}(3; 2; -1)$.

Практическое занятие №8 Простейшие задачи в координатах

Вариант 1

1. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} , если $A(3; 4; -2)$ и $B(4; 1; 5)$.

2. Даны координаты точек $A(-3; 2; 1)$, $B(2; -1; -3)$, $C(1; -4; 3)$, $D(-1; 2; -2)$.

Найдите $|\overrightarrow{2AB} + 3\overrightarrow{CD}|$.

3. Даны координаты точек $C(3; -2; 1)$, $D(-1; 2; 1)$, $M(2; -3; 3)$, $N(-1; 1; -2)$.

Найдите косинус угла между векторами \overrightarrow{CD} и \overrightarrow{MN} .

4. При каком значении k векторы $\vec{a}(6-k; k; 2)$ и $\vec{b}(-3; 5+5k; -9)$ перпендикулярны.

5. При каком значении a векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} коллинеарны, если $A(-2; -1; 2)$, $B(4; -3; 6)$, $C(-1; a-1; 1)$, $D(-4; -1; a)$?

6. Известно, что $A(0; 1; -1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(3; 1; 0)$. Найдите косинус угла C треугольника ABC .

Вариант 2

1. Найдите координаты вектора \overrightarrow{BA} , если $A(1; -3; 2)$ и $B(0; 2; 7)$.

2. Даны координаты точек $C(-4; -3; -1)$, $D(-1; -2; 3)$, $M(2; -1; -2)$, $N(0; 1; -$

3). Найдите $|\overrightarrow{3CD} - 2\overrightarrow{MN}|$

3. Даны координаты точек $A(1; -1; -4)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; 2; 5)$, $D(2; -3; 1)$.

Найдите косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} .

4. При каком значении m векторы $\vec{a}(4; m-1; m)$ и $\vec{b}(-2; 4; 3-m)$ перпендикулярны.

5. При каком значении a векторы \overrightarrow{MN} и \overrightarrow{CD} коллинеарны, если $C(-3; 2; 4)$, $D(1; -4; 2)$, $M(1; -2; a)$, $N(-1; a+3; -1)$?

6. Известно, что $A(0; 1; -1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(2; -3; 1)$. Найдите косинус угла C треугольника ABC .

Тема 2.6. Прямые и плоскости в практических задачах

Теоретические вопросы:

1) Прямую, перпендикулярную любой прямой в плоскости, называют...

а) наклонной к плоскости; б) перпендикуляром к плоскости; в) секущей; г) лучом.

2) Наклонной к плоскости называют прямую, пересекающую плоскость и ...

а) не пересекающую перпендикуляр;

б) лежащую в ней;

- в) не имеющую с ней общих точек;
- г) не перпендикулярную ей
- 3) Параллельными называют плоскости, ...
 - а) не имеющие общих прямых;
 - б) у которых одна общая точка;
 - в) у которых две общие точки;
 - г) не имеющие ни одной общей точки.
- 4) Прямая, проходящая через основания перпендикуляра и наклонной, называется ...
 - а) секущей;
 - б) параллельной плоскости;
 - в) проекцией наклонной на плоскость;
 - г) перпендикуляром к плоскости.
- 5) Наклонная перпендикулярна прямой в плоскости, если ...
 - а) перпендикуляр пересекается с проекцией наклонной на плоскость;
 - б) проекция наклонной параллельна этой прямой;
 - в) проекция наклонной перпендикулярна этой прямой;
 - г) прямая совпадает с проекцией наклонной
- б) Если из точки вне плоскости провести к ней перпендикуляр и наклонные, то ...
 - а) перпендикуляр длиннее наклонной;
 - б) наклонная длиннее перпендикуляра;
 - в) проекция наклонной короче перпендикуляра;
 - г) наклонная и ее проекция равны
- 7) Прямая параллельна плоскости, если они...
 - а) пересекают прямую в одной и той же точке;
 - б) перпендикулярны одной и той же прямой;
 - в) удалены от данной точки на равные расстояния;
 - г) пересекают плоскость в одной точке.
- 8) Углом между наклонной и плоскостью называют...
 - а) угол между наклонной и перпендикуляром;
 - б) угол между проекцией и перпендикуляром;
 - в) угол между наклонной и ее проекцией;
 - г) угол между наклонной и прямой в плоскости.
- 9) Через ... проходит единственная плоскость,
 - а) две точки; б) три параллельные прямые;
 - в) три попарно пересекающиеся прямые;
 - г) четыре точки.
- 10) Прямая пересекает плоскость, если прямая и плоскость . . .
 - а) не имеют ни одной общей точки;
 - б) имеют две общие точки;
 - в) имеют только одну общую точку;
 - г) имеют три общих точки.
- 11) Если прямая пересекает плоскость квадрата в точке пересечения диагоналей и перпендикулярна двум смежным его сторонам, то она . . .
 - а) параллельна двум другим сторонам квадрата;
 - б) перпендикулярна диагоналям квадрата;
 - в) параллельна диагоналям квадрата;
 - г) образует с плоскостью квадрата угол в 30 градусов
- 12) Если две параллельные плоскости пересечь третьей, то . . .
 - а) линии пересечения равны;
 - б) линии пересечения параллельны;
 - в) линии пересечения перпендикулярны;
 - г) плоскости совпадают.

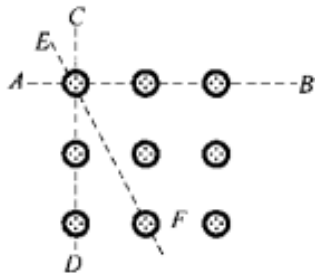
- 13) Если две параллельные плоскости пересечь двумя параллельными прямыми, то ...
- прямые пересекаются в точке;
 - плоскости пересекаются по прямой, параллельной одной из прямых;
 - отрезки, заключенные между плоскостями равны;
 - плоскости перпендикулярны одной из прямых.

Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)

Практическое занятие №9 Взаимное расположение прямых в пространстве.

Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей.

Задача 1 Расположите на торте 9 розочек в форме квадрата по 3 розочке на каждой стороне и одну в центре (рис. 1).

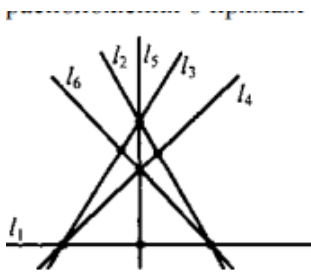


Заметьте, что если вдоль какой-нибудь прямой линии располагаются две розочки или более, то такое расположение мы всегда будем называть «рядом». Так, АВ и CD — ряды, в каждом из которых по 3 розочки, а EF — ряд, содержащий две розочки (рис. 1). Определите, сколько на рисунке 1 всего рядов по 2 розочки в каждом.

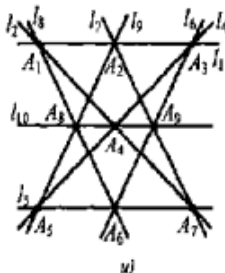
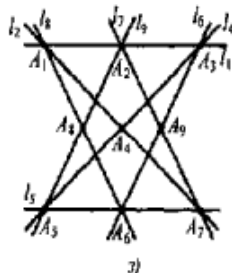
Практическое занятие №10 Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире (природе, архитектуре, технике).

Задача

(7 точек и 6 прямых) Можно ли 7 пирожных расположить так, чтобы образовалось 6 рядов по 3 пирожного в каждом? Указания: Каждый ряд пирожных представляет из себя прямую, а каждое пирожное точку. Рассмотрим всевозможные случаи взаимного расположения 6 прямых



Ответ: рис. 1.74, и



Практическое занятие №11 Решение практико-ориентированных задач

Задание №1.

Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные производственно-

экономические показатели которых приведены в таблице.

Следует рассчитать следующие ежесуточные показатели: расход сырья S , затраты рабочего времени T и стоимость P выпускаемой продукции предприятия.

Вид изделия	Количество изделий, ед.	Расход сырья, кг	Норма времени изготовления ч/изд.	Цена изделия ден. ед./изд.
1	10	2	9	35
2	40	3	4	20
3	30	7	14	44
4	20	6	7	25

Тема 2.7 Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве
Теоретические вопросы:

1. Запишите основные аксиомы стереометрии.
2. Запишите классификацию взаимного расположения прямых в пространстве.

Сделайте иллюстрации.

3. Что такое вектор-отрезок и что такое геометрический вектор?
4. Дать определение сложения геометрических векторов и умножения геометрического вектора на число. Перечислить основные восемь свойств этих операций.
5. Что такое линейная комбинация геометрических векторов? Дать определение линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.

Привести примеры.

6. Дать определение базиса множества геометрических векторов и координат вектора в данном базисе. В чём смысл введения этих понятий?
7. Сформулировать аксиоматическое определение векторного пространства.
8. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии линейной независимости системы векторов.
9. Что такое размерность векторного пространства? Что такое его базис? Сформулировать теорему о необходимом и достаточном условии того, что данная система векторов некоторого пространства составляет его базис.
10. Привести десять примеров векторных пространств (геометрические векторы, наборы чисел, матрицы, функции).

Контрольная работа №2 Расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. Расшифруйте краткую запись: $a \in \beta$.
А) точка a принадлежит плоскости β ; Б) точка a принадлежит прямой β ; В) прямая a принадлежит плоскости β ; Г) прямая a пересекает плоскость β .
2. Прямые АВ и СД скрещиваются. Какое расположение имеют прямые АС и ВД?
А) параллельные; Б) перпендикулярные; В) скрещиваются; Г) пересекаются.
3. Какие из векторов $a(1,2,-3)$, $c(3,6,-6)$, $v(2,4,-6)$ коллинеарные?
А) a , v ; Б) c , v ; В) a , c ; Г) коллинеарных векторов нет.
4. Даны точки $A(2,0,5)$, $B(2,4,-2)$, $C(-2,6,3)$. Серединой какого отрезка является точка $M(0,3,4)$?
А) АВ; Б) ВС; В) АС; Г) СВ.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Через концы отрезка АВ и его середину М проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках А₁, В₁ и М₁. Найдите длину отрезка ММ₁, если отрезок АВ не пересекает плоскость и если АА₁=6,8см, ВВ₁=7,4см.

6. Прямые АС, АВ и АД попарно перпендикулярны. Найдите отрезок СД, если АВ=5 см, ВС=13 см, АД=9 см.

7. Даны векторы $\vec{a}(-6,0,8)$, $\vec{b}(-3,2,-6)$. Найдите скалярное произведение векторов.

8. Начертить куб АВСДА₁В₁С₁Д₁. Построить точку К∈АВ, точку М∈ДД₁С, отрезок РЕ∈А₁В₁С₁.

9. При каких значениях n векторы $\vec{a}(4,n,2)$, $\vec{b}(1,2,n)$ перпендикулярны?

10. Оформите лист бумаги А4 вертикальными, горизонтальными, наклонными линиями, используя разные цветовые оттенки.

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	В	В	А	В	7,1	15	-30	-	-1	-

Раздел 3. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Тема 3.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа

Теоретические вопросы:

1. Чему равен угол в один радиан?
2. В каких четвертях тригонометрического круга функция $y=\sin x$ принимает положительные значения?

3. В каких четвертях тригонометрического круга функция $y=\cos x$ принимает отрицательные значения?

4. Продолжите определение: «Синус острого угла – это...».

5. Продолжите определение: «Косинус острого угла – это...».

6. Продолжите определение: «Тангенс острого угла – это...».

7. Что такое синус, косинус, тангенс, тангенс острого угла прямоугольного треугольника.

8. Основные тригонометрические формулы .

9. Вписанный угол- ... (Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность)

10. Углы, измеряемые с помощью дуг окружности:

11. а) Угол с вершиной внутри окружности измеряется полусуммой двух дуг, из которых одна заключена между его сторонами, а другая между продолжениями сторон.

12. б) Угол с вершиной вне окружности, стороны которого пересекаются с окружностью, измеряется полуразностью двух дуг, заключенных между его сторонами.

Практическое занятие №12 Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла

Задание 1.

a) $\frac{1 - \sin(2x + 1,5\pi)}{\sin(\pi - 3x) - \sin(-x)}$, если $x = \frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 3\alpha}{\sqrt{3} \cos 2\alpha}$, если $\alpha = \frac{\pi}{24}$

c) $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta}$, если $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

d) $\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 3\alpha}{\sqrt{3} \cos 2\alpha}$, если $\alpha = \frac{\pi}{24}$

Задание 2.

- a) $y = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^3 x - \cos^3 x}$, если $\operatorname{tg} x = 2$
 б) $y = \frac{\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x + 2}{3 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x - 4}$? если $\operatorname{tg} x = 3$

Тема 3.2 Основные тригонометрические тождества

Теоретические вопросы:

1. Найти область определения и множество значений функции $y = \sin x + 2$.
2. Выяснить, является ли функция $y = x^2 + \cos x$ чётной или нечётной.
3. Доказать, что наименьший положительный период функции $y = \cos 2x$ равен π .
4. Найти принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$ корни уравнения с помощью графика функции.
5. Построить график функции $y = \cos x - 1$ и найти значение аргумента, при которых функция возрастает, принимает наибольшее значение.

Задания по теме:

1. Найдите значение выражения: $2 \sin 60^\circ + \cos 90^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ$
2. Сравните с нулём выражения: $\sin 120^\circ$, $\cos 195^\circ$, $\operatorname{ctg} 359^\circ$.
3. Вычислите: $6 \cos^2 \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}^2 \left(-\frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{2} \right)$.
4. Упростите выражение: $\frac{\sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)}$
5. Упростите выражение: $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1$
6. Упростите выражение: $\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$
7. Вычислите: $2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$
8. Вычислите: $\cos \frac{7\pi}{4}$
9. Представив 105° как $60^\circ + 45^\circ$, вычислите $\sin 105^\circ$.

Дано: $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, где $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$

Практическое занятие №13 Основные тригонометрические тождества

Вариант 1.

Задание 1.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} x + y = \pi \\ \cos x - \cos y = 1 \end{cases} \quad \boxed{\text{a) } \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} - 2\pi n \right), \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} - 2\pi n \right); \text{ б) } \left(\frac{\pi}{2} - \pi n; \pi n \right)} \\ \text{б)} \quad & \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ \sin^2 x - \sin^2 y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Задание 2.

$$\text{a)} \quad \begin{cases} \sin x + \cos y = 0, \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2}. \end{cases} \quad \text{б)} \quad \begin{cases} \sqrt{2} \sin x + \cos y = 1, \\ 2 \sin x - 3 \cos y = \sqrt{2}. \end{cases}$$

$$\boxed{\left(u\pi + \frac{\pi}{2}; \gamma\pi + \frac{\pi}{2}\gamma(1-) \right) \quad \left(\vartheta; (u\pi\zeta + \frac{\pi}{2}\mp; \gamma\pi + \frac{\pi}{2}\gamma(1-) \right) \quad \left((u\pi\zeta + \frac{\pi}{2}\mp; \gamma\pi + \frac{\pi}{2}\gamma(1-) \right) \quad (v)}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \operatorname{tg} \left(y + \frac{\pi}{4} \right), \\ \cos 2y = \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right). \end{cases} \quad \boxed{\left(u\pi + \frac{\pi}{2}; \gamma\pi + \frac{\pi}{2} \right) \quad \left(u\pi + \frac{\pi}{2}; -\gamma\pi + \frac{\pi}{2} \right) \quad \left(u\pi; \gamma\pi \right)}$$

Вариант 2.

Задание 1.

$$a) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \operatorname{tg} x * \operatorname{tgy} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y = \frac{5\pi}{3} \\ \sin x = 2 \sin y \end{cases}$$

$$\left(\sin x + \frac{y}{x} - \sin x + \frac{y}{x} \right) \left(\sin x - \frac{y}{x} + \sin x + \frac{y}{x} \right) \left(\sin x - \frac{y}{x} + \sin x + \frac{y}{x} \right) \left(\sin x + \frac{y}{x} - \sin x + \frac{y}{x} \right)$$

Задание 2.

$$a) \begin{cases} 2^{\sin x + \cos y} = 1 \\ 16^{\sin^2 x + \cos^2 y} = 4 \\ \sin x \cdot \sin y = 0,36 \end{cases}$$

$$b) \cos x \cdot \cos y = 0,14$$

Тема 3.3 Тригонометрические функции, их свойства и графики

Теоретические вопросы:

Сформулируйте основное тригонометрическое тождество.

1. Чему равно произведение $\operatorname{tg} x * \operatorname{ctg} x$?
2. Чему равен $\sin(2x)$? Сформулируйте правило вычисления.
3. Чему равен $\cos(2x)$? Сформулируйте правило вычисления.
4. Перечислите тригонометрические функции, укажите их периоды.

Практическое занятие №14 Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 1

Задание 1. Решить уравнения:

$$1) \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 2) \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 3) \sin \frac{x}{2} = 1 \quad 4) \operatorname{ctg} 4x = -1 \quad 5) -\cos x = 1 \quad 6) \sin(\pi - x) = 0$$

Задание 2. Упростить.

1. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)}$
 2. $\cos^2 2\alpha + 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$
 3. $\frac{(\sin 10^\circ + \sin 80^\circ)(\cos 80^\circ - \cos 10^\circ)}{\sin 70^\circ}$
 4. $\frac{1}{\cos^2 2\alpha - 1} - \operatorname{ctg}^2 2\alpha$
- $$\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha}$$

Задание 3. Решите уравнение $2\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$

Задание 4. Решите уравнение: $\sin 3x + \cos 3x = 0$

Вариант 2

Задание 1. Решить уравнения:

$$1) \sin x = \frac{1}{2} \quad 2) \cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad 3) \cos \frac{x}{2} = 1 \quad 4) \operatorname{tg}(-3x) = -\sqrt{3} \quad 5) \cos(-x) = 1$$

$$6) \sin(2\pi + x) = 0$$

Задание 2. Упростить.

1. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)}$
2. $\cos^2 2\alpha + 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$
3. $\frac{(\sin 10^\circ + \sin 80^\circ)(\cos 80^\circ - \cos 10^\circ)}{\sin 70^\circ}$

$$4. \frac{1}{\cos^{-2} 2\alpha - 1} - \operatorname{ctg}^2 2\alpha$$

$$5. \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha}$$

Задание 3. Решите уравнение $9 \sin x \cos x - 7 \cos^2 x = 2 \sin^2 x$

Задание 4. Решите уравнение: $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$

Тема 3.4 Обратные тригонометрические функции

Задания, содержащие обратные тригонометрические функции.

1. Найти область определения следующих функций:

1) $y = \arcsin(x-2)$.

2) $y = \arccos \frac{1-2x}{4}$.

3) $y = \arcsin \frac{x-3}{2}$.

Ответ :

1) $D(y) = [1;3]$;

2) $D(y) = [-1,5;2,5]$;

3) $D(y) = [1;5]$.

№1. Какие значения могут принимать x и y в равенствах:

а) $y = \arcsin x$; б) $y = \arccos x$; в) $y = \operatorname{arctg} x$; г) $y = \operatorname{arcctg} x$

Ответы: (неупорядоченные):

$$x \in \mathbb{R}, y \in (0; \pi); \quad x \in [-1; 1], y \in [0; \pi]; \quad x \in [-1; 1], y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]; \quad x \in \mathbb{R}, y \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

№2. Какие из данных равенств верные и какие неверные? Ответ обоснуйте.

1. а) $\arcsin 1 = \frac{\pi}{4}$; б) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$; в) $\operatorname{arctg}(-1) = \frac{3\pi}{4}$; г) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{6}$ д) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

2. а) $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{5\pi}{6}$; б) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$; в) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{6}$ г) $\operatorname{arcctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$ д) $\arccos(0) = \frac{\pi}{2}$

3. а) $\arcsin 0 = \pi$; б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$; в) $\operatorname{arctg}(-1) = \frac{3\pi}{4}$; г) $\operatorname{arcctg} 1 = \frac{\pi}{4}$; д) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$

Ответы: Верными равенствами являются: 1. б); д). 2. в); д). 3. г); д).

№3. Имеют ли смысл следующие выражения:

1. $\arcsin 3,1$; $\operatorname{arctg} 3,1$; $\arccos(-\sqrt{3})$; $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$; $\arccos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$.

2. $\operatorname{arcctg} 5,4$; $\arccos 5,4$; $\operatorname{arctg}(-5)$; $\arcsin \frac{\pi}{3}$; $\arcsin \frac{3}{\pi}$.

3. $\arcsin(-2)$; $\operatorname{arctg}(-2)$; $\arccos \frac{2}{5}$; $\operatorname{arcctg} \sqrt{2}$; $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Ответы: 1. Нет; да; нет; да; нет. 2. Да; нет; да; нет; да. 3. Нет; да; да; да; нет.

Вычислить значение выражения. Ответ в каждом задании записать в радианной и градусной мере угла.

1. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\operatorname{arctg}(-1)$.

3. $2 \arccos(-1) + 3 \arcsin(-1)$.

Ответ в следующих заданиях записать в виде числа.

1. $\sqrt{2} \cos(\operatorname{arctg}(-1))$.

8 $\sin(\arcsin(-1))$

Тема 3.5 Тригонометрические уравнения и неравенства

Задания по теме:

Решите уравнение

а) $\cos x = -1$

б) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- в) $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$.
 2. а) $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$
 б) $3\sin^2 x - \cos x + 1 = 0$.
 3. а) $\sin x - \cos x = 0$
 б) $3\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.
 4. Решите неравенство:
 а) $\sin x < 0,5$; б) $\cos x > 0,5$; в) $\operatorname{tg} x \leq -3$.
 г) $2\cos^2 x + \sqrt{2}\sin x > 2$

Практическое занятие №15 Тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 1

1. Решите уравнение $\sin(x-3) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Решите уравнение $\cos(3x+1) = 0$.
3. $\cos x = -\frac{1}{2}$;
4. Решите уравнение $\cos x = \sqrt{3}$.
5. Решите уравнение $\cos x = -\frac{1}{2}$.
6. Решите уравнение $\sin x = 1$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $\sin(2x-1) = 0$.
2. Решите уравнение $\cos(x+1) = \frac{1}{2}$.
3. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
4. Решите уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$.
5. Решите уравнение $\sin x = 1$.
6. Решите уравнение $\sin x = -1/2$.

Тема 3.6 Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Теоретические вопросы:

1. Чему равен период функции $y = \cos(4x)$?
2. ему равен период функции $y = \cos(x/4)$?
3. Определите область значения функции $y = 3\cos(5x)$?
4. Перечислите способы решения тригонометрических уравнений.
5. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений первого порядка.
6. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений второго порядка.

Контрольная работа №3 Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений и неравенств в том числе с использованием свойств функций

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. В $\triangle ABC$ $\cos C = \frac{AB}{AC}$. Какая из сторон является гипотенузой $\triangle ABC$?
 А) АВ; Б) АС; В) ВС; Г) СВ.
2. Углом какой четверти является угол $\alpha = 410^\circ$?
 А) I; Б) II; В) III; Г) IV.
3. Какие из функций являются чётными?
 А) $y = \sin x$; Б) $y = \cos x$; В) $y = \operatorname{tg} x$; Г) $y = \operatorname{ctg} x$.
4. Период функции $y = \sin x$?

А) $\pi/2$; Б) 2π ; В) 4π ; Г) π .

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Вычислите: $\sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2}$.

6. Найдите значение выражения $4\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - 4\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

7. Найдите значение выражения $7\text{tg } 13^\circ \cdot \text{tg } 77^\circ$.

8. Решите уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$. Запишите наименьший положительный корень уравнения.

9. Решите уравнение $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$.

10. Постройте график тригонометрической функции $y = 2 \sin x$

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	А	В	Б	1	2π	7	$\pi/3$	$\pi/2 + 2\pi n, n \in Z$	

Раздел 4. Производная и первообразная функции

Тема 4.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования

Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Производная – это...».
2. Раскройте геометрический смысл производной.
3. Раскройте физический смысл производной.
4. Перечислите правила вычисления производных.
5. Чему равна производная степенной функции?
6. Чему равна производная произведения?

Устный опрос, решение задач, тестирование

1) Дифференцирование – это

1. процесс вычисления производной
2. условие вычисления предела
3. процесс вычисления определенного интеграла
4. процесс вычисления неопределенного интеграла

2) Установите соответствие

ФУНКЦИЯ И ЕЁ ПРОИЗВОДНАЯ

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| 1) $f(x) = x$ | a) $f'(x) = x$ |
| 2) $f(x) = 4$ | b) $f'(x) = 1$ |
| 3) $f(x) = \cos x$ | c) $f'(x) = \sin x$ |
| 4) $f(x) = \frac{x^2}{2}$ | d) $f'(x) = 2x$ |
| | e) $f'(x) = -\sin x$ |
| | f) $f'(x) = 0$ |

3) Правило дифференцирования частного $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' =$

1. $\frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
2. $\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

3. $f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$
4. $f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

4) Найдите значение производной

1. $y = \frac{1}{\cos x}$

2. $\frac{3x^2 - 2}{x^3}$

3. $y = \operatorname{tg} x + \frac{1}{x}$

Практическое занятие № 16 Производная функции, ее применение.

Вариант №1	Вариант №2
<p>Задание №1. Найдите производные функций:</p> <p>1. $y = (x + 4)^6$ 2. $y = 2 \sin(3x - 4)$</p> <p>Задание №2. Найдите производную функции:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(x) = x^2$ 2. $f(x) = -3x^2 - 13x$ 3. $f(x) = 3 \sin x + \cos x$ 4. $f(x) = x^2 + 2x$ 5. $f(x) = \sqrt{x} * \cos x$ 6. $f(x) = \operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{3})$ 7. $f(x) = 9$ <p>Задание №3. Объясните, почему функции не имеют точек экстремума: а) $y = \frac{1}{x}$ б)</p> <p>$y = \operatorname{tg} x$</p> <p>Задание №4. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график:</p> <p>$f(x) = 2x^4 + \frac{8}{3}x^3$</p>	<p>Задание №1. Найдите производные функций:</p> <p>1. $y = (3x - 2)^3$ 2. $y = (x^5 + x^3 + 1)^6$</p> <p>Задание №2. Найдите производную функции:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(x) = \sqrt{x} - 9x^2$ 2. $f(x) = -2x^2 - \frac{1}{x}$ 3. $f(x) = 2 \sin x - 6x$ 4. $f(x) = x^4 - x^9$ 5. $f(x) = x * \operatorname{tg} x$ 6. $f(x) = (3 - x)^5$ 7. $f(x) = \frac{x^2}{2} + 2$ <p>Задание №3. Объясните, почему функции не имеют точек экстремума: а) $y = -\frac{1}{x^3}$</p> <p>б) $y = x^3 + x + 2$</p> <p>Задание №4. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график:</p> <p>$f(x) = 4x^4 - \frac{16}{3}x^3$</p>

Тема 4.2 Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов

Теоретические вопросы:

1. Дайте определение функции. Приведите примеры пар переменных величин, связанных между собой некоторой функциональной зависимостью.
 2. Перечислите способы задания функции.
 3. Дайте определение графика функции.
 4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.
 5. Дайте определение функции непрерывной на отрезке и непрерывной в точке.
 6. Дайте определение: а) возрастающей; б) убывающей; в) строго монотонной; г) невозрастающей; д) неубывающей; е) монотонной; ж) ограниченной снизу; з) ограниченной сверху; и) ограниченной; к) чётной; л) нечётной; м) периодической; н) сложной; о) обратной функций.
-) Для функции $y = 5x + 1$ найдите:
1. приращение Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
 2. отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
 3. предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $x \rightarrow 0$.
- 2) Соответствие производных степенной функции

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1) $y = 3x^4$ | a) $y' = 12x^2$ |
| 2) $y = 4x^3$ | b) $y' = 12x^3$ |
| 3) $y = 6x^2$ | c) $y' = 12x$ |
| 4) $y = 2x^6$ | d) $y' = 24x^5$ |
| 5) $y = 4x^6$ | e) $y' = 12x^5$ |
| | f) $y' = 24x^3$ |

3) Найдите значение производной в точке

1. $y = x^3 - 2x + x + 2$
2. $y = \sqrt{x}(2\sin x + 1)$
3. $y = \frac{1}{x^2}$

4) Найдите производную функции $y = \sqrt{x^2 + 16}$

Тема 4.3 Геометрический и физический смысл производной

Теоретические вопросы:

- 1) Утверждение о том, что угловой коэффициент касательной к графику функции, равен производной этой функции в точке касания выражает
 1. физический смысл производной
 2. геометрический смысл производной
 3. определение производной
- 2) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.
- 3) Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 - 4x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Тест по теме:

Вариант 1

1. Найдите производную функции $y = 9 - 9x^8 - \frac{6}{5}x^5$.

1) $y' = 9x - x^9 - \frac{1}{5}x^6$; 2) $y' = 9x - 72x^7 - 5x^4$; 3) $y' = -72x^7 - 6x^4$; 4)

$y' = -17x^7 - 6x^4$

2. Найдите производную функции $y = 3x^2 \cdot \cos x$.

1) $y' = 6x \cdot \sin x$; 2) $y' = 6x \cdot \cos x - 3x^2 \cdot \sin x$; 3) $y' = x^3 \cdot \cos x + 3x^2 \cdot \sin x$; 4)

$y' = 6x \cdot \cos x + 3x^2 \cdot \sin x$

3. Найдите производную функции $y = (x+1)(x+2) - (x-1)(x-3)$.

1) $y' = -7$; 2) $y' = 7$; 3) $y' = -1$; 4) $y' = 1$

4. Найдите производную функции $y = x^4 - \frac{1}{x}$.

1) $y' = 4x - \frac{1}{x^2}$; 2) $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2}$; 3) $y' = 4x^3 + \frac{1}{x^2}$; 4) $y' = 4x + \frac{1}{x^2}$.

5. Найдите производную функции $y = \frac{-2x+1}{4x+2}$.

1) $y' = \frac{2}{(2x+1)^2}$; 2) $y' = -\frac{2}{(2x+1)^2}$; 3) $y' = \frac{2x}{(2x+1)^2}$; 4)

$y' = -\frac{2x}{(2x+1)^2}$.

6. Найти значение производной функции $y = x^2 + \sin x$ в точке $x_0 = \pi$.

1) $y' = \pi^2 - 1$; 2) $y' = 2\pi + 1$; 3) $y' = 2\pi - 1$; 4) $y' = 2\pi$

7. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = \frac{5}{x} + 4e^x$

1) 9; 2) $-5 + 4e$; 3) 5; 4) $5 + 4e$

8. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 3x - 2\cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 0

9. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 3x - 4\ln x$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

1) 1; 2) -5 ; 3) -1 ; 4) 5

10. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{x}$, проведённой в точке $(1; 1)$

имеет вид 1) $y = x$; 2) $y = -x - 2$; 3) $y = x + 2$; 4) $y = -x + 2$

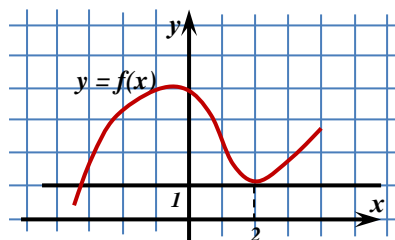
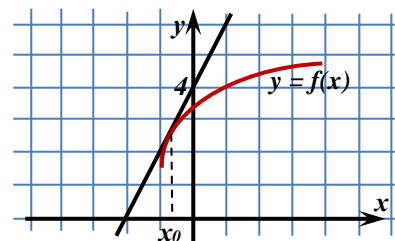
11. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции $y = \sin 2x$ в точке с абсциссой 0.

1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) -1

12. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .

Найдите значение производной в точке x_0 .

1) -2 ; 2) 2; 3) $-0,5$; 4) $0,5$



13. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Найдите значение производной в точке x_0 .

1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) $-0,5$

Вариант 2

1. Найдите производную функции $y = 8 - 5x^4 - \frac{7}{6}x^6$.

1) $y' = -20x^3 - 7x^5$; 2) $y' = 8x - 20x^5 + 7x^7$; 3) $y' = 8x - x^5 + \frac{1}{6}x^7$; 4)

$y' = -20x^3 + 7x^4$

2. Найдите производную функции $y = -3,6x^2 \cdot \cos x$.

1) $y' = -7,2x \cdot \cos x + 3,6x^2 \cdot \sin x$; 2) $y' = -7,2x \cdot \cos x - 3,6x^2 \cdot \sin x$; 3) $y' = -1,2x^3 \cdot \cos x + 3,6x^2 \cdot \sin x$; 4) $y' = 7,2x \cdot \sin x$.

3. Найдите производную функции $y = x(x+5) - (x+2)(x+3)$.

1) $y' = 5$; 2) $y' = -6$; 3) $y' = -5$; 4) $y' = 0$

4. Найдите производную функции $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x^2}$.

1) $y' = \sqrt{x} + \frac{2}{x^3}$; 2) $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$; 3) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$; 4) $y' = 2\sqrt{x} + \frac{2}{x^3}$.

5. Найдите производную функции $y = \frac{3-5x}{10+6x}$.

1) $y' = -\frac{15}{(5x+6)^2}$; 2) $y' = \frac{15}{(5x+6)^2}$; 3) $y' = \frac{25x}{(5x+6)^2}$; 4)

$y' = -\frac{25x}{(5x+6)^2}$.

6. Найти значение производной функции $y = \cos x - x^2$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

1) $y' = \pi - 1$; 2) $y' = 1 - \pi$; 3) $y' = 1 + \pi$; 4) $y' = -1 - \pi$

7. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = \ln x - 2 \sin x$

1) $1 + 2 \sin x$; 2) $1 - 2 \sin 1$; 3) $1 - 2 \cos 1$; 4) $2 \cos 1$

8. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 3 \sin x + 12x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{2}$. 1) 15; 2) 12; 3) $1,5\pi^2$; 4)

$-3 - 6\pi$

9. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2x + e^x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 0

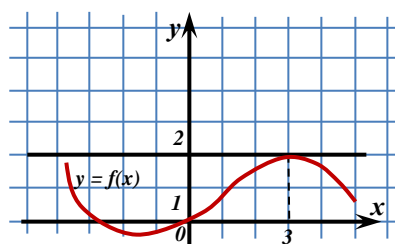
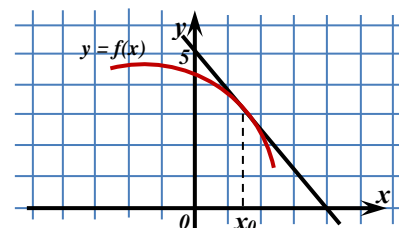
10. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{5x}$, проведённой в точке $(2; 0,1)$ имеет вид 1) $y = 0,1 + 0,05x$; 2) $y = 0,2 - 0,05x$; 3) $y = 0,1 + 0,5x$; 4) $y = 0,05x$

11. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции $y = 6x - e^{2x}$ в точке с абсциссой 0.

1) 1; 2) 5; 3) 6; 4) 4

12. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

1) 0,8; 2) -1,25; 3) 1,25; 4) -0,8



13. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Найдите значение производной в точке x_0 .

1) 2; 2) 3; 3) 0; 4) 1

Ответы к тесту:

Вариант 1

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
№ ответа	3	2	2	3	2	2	2	3	1	4	1	2	3

Вариант 2

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
№ ответа	1	2	4	3	1	4	3	2	3	4	4	2	3

Практическое занятие № 17 Производная: механический и геометрический смысл

производной. Уравнение касательной в общем виде

Задание №1. Найти область определения функции $Y(x) = 6x^3 - 2x^5$.

Задание №2. Найти точки пересечения графика функции $Y(x) = 6x^3 - 2x^5$ с осями координат.

Задание №3. Найти промежутки возрастания и убывания функции $Y(x) = 6x^3 - 2x^5$.

Задание №4. Найти точки экстремума функции $Y(x) = 6x^3 - 2x^5$.

Задание №5. Построить график функции $Y(x) = 6x^3 - 2x^5$.

Тема 4.4 Монотонность функции. Точки экстремума

Теоретические вопросы:

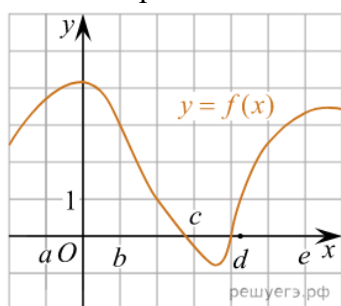
1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 5$

2) Найдите критические (стационарные) точки функции: $f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$. В ответе укажите сумму критических точек, принадлежащих промежутку $[-1; 8]$

3) Найдите интервалы выпуклости вверх и выпуклости вниз, точки перегиба функции $f(x) = x^4 - 24x^2 + 3x + 5$

4) На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Числа a, b, c, d и e задают на оси x четыре интервала.

Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



ИНТЕРВАЛЫ

А) $(a; b)$

Б) $(b; c)$

В) $(c; d)$

Г) $(d; e)$

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

1) производная отрицательна на всём интервале

2) производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце интервала

3) функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала

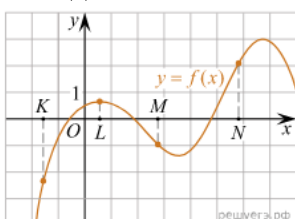
4) производная положительна на всём интервале

1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 3$

2) Найдите критические (стационарные) точки функции: $f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x - 7$. В ответе укажите сумму критических точек, принадлежащих промежутку $[-2; 3]$

3) Найдите интервалы выпуклости вверх и выпуклости вниз, точки перегиба функции $f(x) = x^2 e^{-x}$

4) На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки K, L, M и N на оси x . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристику функции и её производной.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком,

поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ

А) К

Б) L

В) М

Г) N

Тема 4.5 Исследование функций и построение графиков

Теоретические вопросы:

1. Чему равна производная частного?
2. Чему равна производная сложной функции?
3. Сформулируйте признак возрастания функции.
4. Сформулируйте признак убывания функции.
5. Сформулируйте признак точки максимума функции.
6. Сформулируйте признак точки минимума функции.

Практическое занятие № 18 Исследование функции на монотонность. Построение графиков

Вариант-1

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2-3$; $y=(x+2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^5-x^3$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x)=\sqrt{x}$ и $g(t)=3t^2+1$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y=6x-7$
5. Вычислите: $f(-2)$, если $f(x)=x^3+5$

Вариант-2

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2+3$; $y=(x-2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^6-x^4$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x)=x^2+5$ и $g(t)=t+4$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y=5x+13$
5. Вычислите: $f(-2)$, если $f(x)=x^3+5$

Тема 4.6 Наибольшее и наименьшее значения функции

Теоретические вопросы:

1. Функция называется возрастающей на данном промежутке, если...
2. Функция называется убывающей на данном промежутке, если...
3. Точка x_0 называется точкой минимума, если...
4. Точка x_0 называется точкой максимума, если...
5. Стационарными точками функции называют точки...
6. Написать общий вид уравнения касательной.

Физический смысл производной

Тема 4.7 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах.

Теоретические вопросы:

1. Составьте алгоритм решения задач на нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке?
2. Составьте алгоритм исследования и построения графика функции с помощью производной.
3. Продолжите определение: «Функция $F(x)$ называется ...».
4. Раскройте геометрический смысл определенного интеграла.
5. Продолжите определение: «Криволинейная трапеция – это...».
6. Сформулируйте формулу Ньютона-Лейбница.
7. В чем заключается общий вид всех первообразных?
8. Перечислите правила вычисления интегралов.

Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)

Практическое занятие №19 Наименьшее и наибольшее значение функции

Задание №1: Функция спроса относительно дохода имеет вид $S = 4 + 1,2r + 0,44r^2$. Как изменится спрос, если доход увеличивается от 100 у.е. до 150 у.е.?

Задание №2. Садово-огородные процессы тоже можно представить в виде функции и построить график. К примеру, яблоко росло, зрело, потом его высушили. Постройте эту кусочную функцию.

Практическое занятие №20. Применения производной функции в профессии

Задание №1. Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей. Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Задание №2. Известна функция затрат производства: $y = c(x) = 30x - 0,01x^3$ (у.е.). Найти предельные затраты, если объем выпускаемой продукции равен 20 ед.

Практическое занятие № 21. Нахождение оптимального результата в профильных задачах

Задание 1: Хлеб, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен иметь объем V . При какой стороне основания площадь поверхности хлеба будет наименьшей?

Задание 2: Вычислить площадь участка для хранения продуктов, периметр которого ограничивают линии $y=x$, $y=4-x$, $y=0$. Ответ дайте в квадратных метрах.

Тема 4.8 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных

Теоретические вопросы:

- Геометрический смысл определенного интеграла состоит в нахождении
 - скорости протекания химической реакции
 - площади криволинейной трапеции
 - экстремумов функции
 - приближенного вычисления

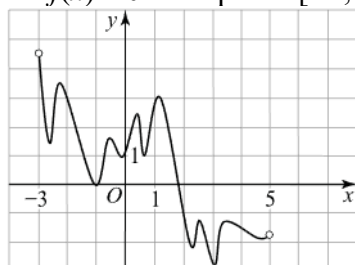
- Установите соответствие между функцией и её первообразной

1) $f(x) = 3 + x$	a) $F(x) = 3x^2 + x + C$	3.
2) $f(x) = 6x + 1$	b) $F(x) = 2x^2 - 3x^4 + C$	4.
3) $f(x) = 3x^2 + 2x$	c) $F(x) = 3x + \frac{x^2}{2} + C$	5.
4) $f(x) = 4x - 12x^3$	d) $F(x) = x^4 - 6x^2 + C$	6.
		7.
		8.
		9.

10.

- Найдите первообразную функции $y = \sin x$, проходящую через точку $M(-\pi; 0)$

4. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Найдите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 4]$.



Практическая работы №22 Нахождения первообразных функции

Вариант №1	Вариант №2
Задание №1. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{4}{x^2} + 3 \cos x$.	
Задание №2. Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве R: $F(x) = x^4 - 3$, $f(x) = 4x^3$ Задание №3. Найдите первообразную функции: а) $f(x) = 2x^5 - 3x^2$ б) $f(x) = 3 \cos x - 4 \sin x$ Задание №4. Вычислите: а) $\int_1^2 x^4 dx$ б) $\int_{-2}^0 (5x^3 - 5x + 1) dx$ в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 3 \cos x dx$	Задание №2. Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве R: $F(x) = 5x - \cos x$, $f(x) = 5 + \sin x$ Задание №3. Найдите первообразную функции: а) $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ б) $f(x) = \sin(3x + 2)$ Задание №4. Вычислите: а) $\int_1^2 x^7 dx$ б) $\int_{-2}^0 (7x^3 + 2x - 15) dx$ в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cos x dx$

Практическая работы №23 Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.

Вариант 1.

1. Является ли функция $F(x) = x^2 + 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 2x + 3$ на \mathbf{R} ?

2. Для функции $f(x) = 3\delta^2 - 6\delta$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1; 4)$.

3. Вычислите интегралы: а) $\int_1^2 \delta^2 dx$ б) $\int_1^2 \frac{3}{\delta^2} dx$ в) $\int_1^8 \sqrt[3]{\delta^2} dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = -1$, $x = 2$, осью Oх и параболой $y = 6 + x^2$

Вариант 2.

1. Является ли функция $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 5x + 2$ первообразной для функции $f(x) = -x^3 + 5$ на \mathbf{R} ?

2. Для функции $f(x) = 5\delta^4 - 6\delta$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1; 4)$.

3. Вычислите интегралы: а) $\int_{-1}^2 \delta^2 dx$, б) $\int_1^2 \frac{3}{\delta^3} dx$, в) $\int_1^8 \sqrt[3]{\delta^4} dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 1$

Вариант 3.

1. Является ли функция $F(x) = x^2 - x$ первообразной для функции $f(x) = 2x - 1$ на \mathbf{R} ?
2. Для функции $f(x) = -4\delta^3 - 4$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(2; 4)$.

$$a) \int_{-2}^2 \delta^3 dx; \quad a) \int_1^4 \frac{2}{\delta^2} dx; \quad a) \int_{-1}^8 \sqrt[3]{\delta} dx$$

3. Вычислите интегралы:
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=4x - x^2, y=0$

Вариант 4.

1. Является ли функция $F(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$ первообразной для функции $f(x) = -\frac{1}{x^3} - \cos x$ на \mathbf{R} ?

2. Для функции $f(x) = 3\delta^4 - 6\delta - 1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1; 5)$.

$$a) \int_{-2}^2 \delta^3 dx; \quad a) \int_1^4 \frac{3}{\delta^3} dx; \quad a) \int_{-3}^8 \sqrt[3]{\delta^5} dx$$

3. Вычислите интегралы:
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=6x - x^2, y=0$

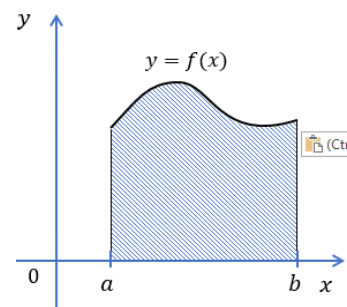
Тема 4.9 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница

Теоретические вопросы:

1. Как называют операцию нахождения первообразной для данной функции?
2. Какая из формул является формулой Ньютона - Лейбница?

1) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a);$ 2) $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a);$ 3) $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

3. Как называют отрезок $[a; b]$?



- 1) основание криволинейной трапеции;
- 2) отрезок криволинейной трапеции;
- 3) средняя линия криволинейной трапеции.
4. Как называют фигуру, изображённую на рисунке?
5. По какой формуле можно вычислить площадь криволинейной трапеции, $F(x)$ - любая первообразная функции $f(x)$?
- 1) $S = F(b) - F(a);$ 2) $S = F(b) + F(a);$ 3) $S = F(a) - F(b);$
6. Чему равна площадь фигуры, ограниченной осью Ox и параболой $y=1-x^2$?
- 1) 1; 2) $1\frac{1}{3};$ 3) 2; 4) $2\frac{2}{3}.$
7. Чему равна площадь фигуры, ограниченной осью Ox и параболой $y=4-x^2$?
- 1) 10; 2) $10\frac{2}{3};$ 3) 21; 4) $21\frac{1}{3}.$
8. Чему равна площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x=0, x=2$, осью Ox и графиком функции $f(x)=x^3+1$?

9. Чему равна площадь фигуры, ограниченной прямой $x=2$, осью Ox и графиком функции $f(x)=x^3$?

10. Чему равна площадь фигуры, ограниченной прямой $x=3$, осью Ox и графиком функции $y=x^2+2x$?

Практическое занятие № 24 Неопределенный и определенный интегралы

Задание №1. Найдите первообразную функции:

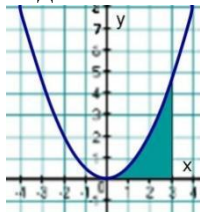
- а) $f(x) = 4x^7 - 2x^5$ б) $f(x) = 2x^2 + 4x + 1$ в) $f(x) = 2\sin x - 3\cos x$ г) $f(x) = (4x - 3)^3$ д) $f(x) = \cos(3x - 1)$

Задание №2. Вычислите интеграл: а) $\int_{0.25}^{0.5} \frac{dx}{x^2}$ б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$ в) $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$

Задание №3. Вычислите:

- А) $\int_1^2 x^4 dx$ б) $\int_{-2}^0 (5x^3 - 5x + 1) dx$ в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 3 \cos x dx$

Задание №4. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



Практическое занятие №25 Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Теоретические вопросы.

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Геометрический смысл определённого интеграла.
3. По какой формуле вычисляется площадь фигуры, ограниченная линиями?
4. По какой формуле вычисляется объем тела, образованное вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции?
5. По какой формуле вычисляется работа, производимая силой?

Задания по теме:

Пример1. Найти объем продукции, произведённой за 4 года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид $g(t) = (1+t)e^{3t} dt$.

Решение. Объем произведённой предприятием продукции равен:

$$Q = \int_0^4 (1+t)e^{3t} dt = (1+t) \cdot \frac{1}{3} \cdot e^{3t} \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{1}{3} e^{3t} dt = \frac{1}{3} (5e^{12} - 1) - \frac{1}{9} e^{3t} \Big|_0^4 \approx 2,53 \cdot 10^5 \text{ (усл.ед.)}$$

Пример2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2, \quad y = 3x + 2.$$

Решение. Построим схематический рисунок (рис. 2). Для построения параболы возьмем несколько точек:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	-2	-1	-1	2	2	7	7	14	14

Для построения прямой достаточно двух точек, например $(0, 2)$ и $(-1, -1)$.

Найдем координаты точек M_1 и M_2 пересечения параболы $y = x^2 - 2$ и прямой $y = 3x + 2$.

Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = 3x + 2. \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2 = 3x + 2, \quad x^2 - 3x - 4 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 4.$$

Тогда $y_1 = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$, $y_2 = 3 \cdot 4 + 2 = 14$. Итак, $M_1(-1, -1)$, $M_2(4, 14)$.

Площадь полученной фигуры найдем по формуле, в которой

$$f_2(x) = 3x + 2, \quad f_1(x) = x^2 - 2, \quad \text{поскольку } f_2(x) \geq f_1(x) \text{ для всех } x \in [-1, 4].$$

Получим:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^4 (3x + 2 - (x^2 - 2)) dx = \int_{-1}^4 (3x - x^2 + 4) dx = \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-1}^4 = \\ &= \frac{3 \cdot 4^2}{2} - \frac{4^3}{3} + 4 \cdot 4 - \left(\frac{3 \cdot (-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} + 4 \cdot (-1) \right) = 24 - \frac{64}{3} + 16 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} + 4 = \\ &= 44 - \frac{65}{3} - \frac{3}{2} = \frac{125}{6} = 20 \frac{5}{6} \text{ (кв.ед.)} \end{aligned}$$

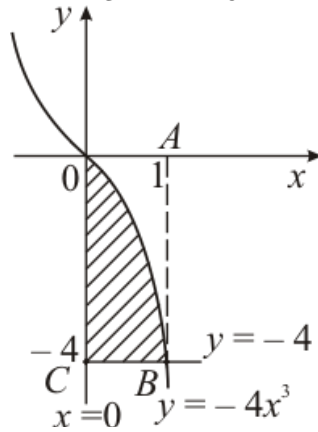


Рис. 3

Пример 3. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями: $y = -4x^3$, $x = 0$, $y = -4$.

Решение. Построим криволинейную трапецию, вращением которой получается тело вращения (рис. 3).

Чтобы получить объем тела вращения из объема V_1 тела, полученного вращением фигуры $OABC$, вычтем объем V_2 тела, полученного вращением фигуры OAB . Тогда искомый

объем $V = V_1 - V_2$. По формуле $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$. Найдем V_1 и V_2 :

$$V_1 = \pi \int_0^1 (-4)^2 dx = \pi 16x \Big|_0^1 = 16\pi \text{ (ед. объема);}$$

$$V_2 = \pi \int_0^1 (-4x^3)^2 dx = 16\pi \int_0^1 x^6 dx = 16\pi \frac{x^7}{7} \Big|_0^1 = \frac{16\pi}{7} \text{ (ед. объема);}$$

$$V = V_1 - V_2 = 16\pi - \frac{16\pi}{7} = \frac{96}{7}\pi \approx 43,085 \text{ (ед. объема).}$$

Пример 4. Найти работу, необходимую для выкачивания воды из бассейна,

имеющего форму полуцилиндра, длина которого $a = 25$ м, а радиус $R = 20$ м.

Решение. Примем за x высоту, на которую надо поднять воду, чтобы выкачать ее из бассейна. Разобьем объем бассейна на слои, параллельные поверхности воды, толщина которых dx , длина a , ширина $2\sqrt{R^2 - x^2}$. Назовем их элементарными слоями.

Объем элементарного слоя, находящегося на глубине x , $dV = 2a\sqrt{R^2 - x^2}dx$.

Для подъема этого слоя воды на высоту x необходимо выполнить элементарную работу $dA = \rho g x dV = 2\rho g ax\sqrt{R^2 - x^2}dx$, где ρ – плотность воды.

Значит, вся работа по выкачиванию воды из бассейна

$$A = 2 \rho g \int_0^R x \sqrt{R^2 - x^2} dx = -\rho g \left(\frac{2}{3} (R^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_0^R = \\ = \frac{2}{3} \rho g a R^3 = \frac{2}{3} \rho g 25 \cdot 20^3 = \frac{400\,000}{3} \rho g.$$

Пример 5. Вычислить работу силы F при сжатии винтовой пружины на $0,04$ м, если для сжатия ее на $0,01$ м нужна сила 10 Н.

Решение. Так как $x = 0,01$ м при $F = 10$ Н, то по закону Гука $10 = k \cdot 0,01$, откуда $k = 1000$ Н/м. Значит $F = 1000x$, т.е. $f(x) = 1000x$. Искомую работу найдем по формуле $A = \int_a^b f(x) dx$, полагая $a = 0$, $b = 0,04$;

$$A = \int_0^{0,04} 1000x dx = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 0,8 \text{ Дж.}$$

Пример 6. Найти путь, пройденный материальной точкой за 10 секунд от начала движения со скоростью $v = 0,1 t^3$ м/с.

Решение. $S = \int_0^{10} 0,1 t^3 dt = 0,1 \frac{t^4}{4} \Big|_0^{10} = 0,1 \frac{10\,000}{4} - 0 = 250$ м.

Содержание практической работы.

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; б) $\int_4^5 (4-x)^3 dx$;

2. Материальная точка движется по прямой со скоростью, определяемой формулой $v = v(t)$ (время измеряется в секундах, а скорость в сантиметрах в секунду). Какой путь пройдет точка за 3 секунды, считая от начала движения ($t = 0$) и $v(t) = 3t^2 - 4t + 1$?

3. Вычислите площади фигур, ограниченных линиями:

а) $x - y + 2 = 0$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$;

4 (задание для дополнительного решения). Дан прямолинейный неоднородный стержень, плотность в точке x определяется по формуле $\rho = \rho(x)$. Найдите массу стержня длиной L , если: $\rho(x) = x^2 - x + 1$, $L = 6$.

Тема 4.10 Решение задач. Производная и первообразная функции

Теоретические вопросы:

1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Табличные интегралы. Непосредственное интегрирование.
4. Интегрирование методом замены переменной (подстановки). Внесение функции под знак интеграла.
5. Интегрирование по частям.
6. Интегралы, содержащие квадратный трехчлен в знаменателе.
7. Интегрирование рациональных функций. Теорема о разложении правильной рациональной дроби на простейшие.
8. Интегрирование тригонометрических выражений.
9. Интегрирование иррациональных функций.

10. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла.
11. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница (с доказательством).
12. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
13. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл, как функция верхнего предела.

Задания по теме:

Предположим, что наши объекты ограничены линиями:

1. Фонтан $y = \frac{3}{2}x^2$, $y=0$, $x=0$ и $x=2$

2. Клумба.

$y=x^2$, $y=0$, $x=0$ и $x=3$.

3. Клумба

$y=\sin x$, $y=0$, $x=0$ и $x=\pi$

4. Детская площадка

$y=-6x$, $y=0$, $x=4$.

5. Площадь озеленения.

$y=x^3+2$, $y=0$, $x=0$ и $x=2$.

Контрольная работа №4 Формулы и правила дифференцирования. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции. Вычисление первообразной. Применение первообразной

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. Чему равна производная функции $y=2x^3$?

А) $y' = 5x$; Б) $y' = 6x$; В) $y' = 6$; Г) $y' = 6x^2$.

2. По какой из формул вычисляется производная частного?

А) $(u+v)' = u' + v'$; Б) $(uv)' = u'v + uv'$; В) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; Г) $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

3. Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=3x^2 - 6x + 4$. Выберите ответ.

А) 1; Б) -1; В) 4; Г) -4.

4. Общий вид всех первообразных для $f(x)=\sin x$?

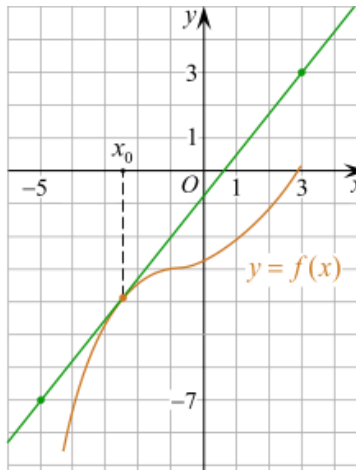
А) $F(x)=\cos x + C$; Б) $F(x)=-\cos x + C$; В) $F(x)=\operatorname{tg} x + C$; Г) $F(x)=-\operatorname{tg} x + C$.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

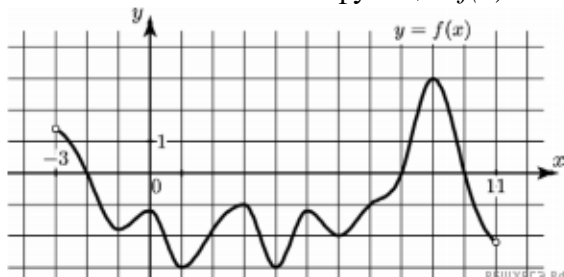
5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^2 + t - 10$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 5 м/с?

6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

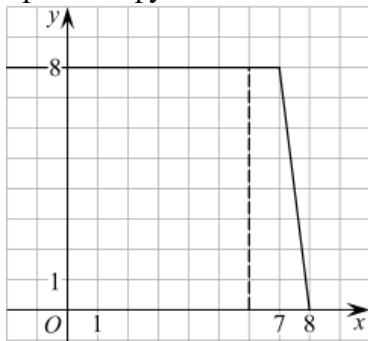


7. Решите неравенство: $x^2 - 16 < 0$

8. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[2; 9,5]$.



9. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(8) - F(6)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



10. Фирме «Дизайн+» выделяют участок земли площадью 100 м^2 . Предлагают четыре участка разных размеров: 25×4 ; 20×5 ; $12,5 \times 8$; 10×10 . Какой участок одобрит директор фирмы «Дизайн+», учитывая, что необходимо будет поставить забор по периметру?

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Г	В	А	Б	8	1,25	$(-4; 4)$	-3	12	10×10

Раздел 5. Многогранники и тела вращения

Тема 5.1 Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения

Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Многогранник – это...».
2. Продолжите определение: «Призма – это...».
3. Продолжите определение: «Прямоугольный параллелепипед – это...».
4. Продолжите определение: «Куб – это...».
5. Продолжите определение: «Пирамида – это...».

6. Какая призма называется прямой?
7. Какая призма называется правильной?
8. Раскройте понятие «правильная пирамида».
9. Что такое апофема правильной пирамиды?
10. В чем отличие полной поверхности призмы от полной поверхности пирамиды?
11. Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности прямой призмы.
12. Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности правильной пирамиды.
13. Сколько оснований имеет призма?
14. Как называется призма, у которой боковое ребро перпендикулярно плоскости основания?
15. Сколько вершин, ребер, граней имеет шестиугольная призма?
16. Какое наименьшее число граней, ребер, вершин может иметь призма?
17. Сколько диагоналей можно провести в четырехугольной призме; треугольной призме?
18. У какой призмы высота совпадает с боковым ребром?
19. Как называется прямая призма, основание которой - квадрат?
20. Является ли призма прямой, если две ее смежные боковые грани перпендикулярны к плоскости основания?
21. Является ли призма правильной, если все ее ребра равны друг другу?
22. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 1м, 2м, 3м. Найдите площадь его боковой поверхности.
23. Какое наименьшее число граней, ребер, вершин может иметь пирамида?
24. Высота пирамиды равна 3см. Чему равно расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания?
25. Боковые ребра треугольной пирамиды равны 7см, 12см, и 5см. Одно из них перпендикулярно к плоскости основания. Чему равна высота пирамиды?
26. Основание пирамиды – четырехугольник, все стороны которого равны. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания. Является ли данная пирамида правильной?
27. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно стороне основания. Какие треугольники являются ее гранями?
28. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равно 6см, а боковое ребро – 5см. Найдите: а) апофему; б) площадь боковой поверхности пирамиды.
29. Сделайте рисунок четырехугольной пирамиды, обозначьте ее и запишите: вершину, боковые ребра, основание, боковые грани.

Тема 5.2 Правильные многогранники в жизни

Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте свойство о противолежащих гранях параллелепипеда.
2. Сформулируйте свойство о диагоналях параллелепипеда.
3. Сформулируйте свойство о диагонали и линейных размерах прямоугольного параллелепипеда.
4. Назовите предметы из вашей профессиональной деятельности, которые имеют формы многогранников.

Тест:

Вариант 1

1. Многогранник – это тело, поверхность которого состоит из:
 - а) параллелограммов
 - б) многоугольников и треугольников
 - в) многоугольников
 - г) многоугольников и параллелограммов

2. Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется
- правильной
 - прямой
 - наклонной
 - перпендикулярной
3. Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий
- любые две вершины многогранника
 - две вершины, не принадлежащие одной грани
 - две вершины, принадлежащие одной грани
 - две вершины, одного основания
4. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна
- произведению периметра основания на длину бокового ребра призмы
 - произведению периметра основания на апофему
 - произведению длины ребра основания на высоту призмы
 - произведению длин ребер основания на высоту призмы
5. Количество ребер шестиугольной призмы
- 18
 - 6
 - 24
 - 12
6. Наименьшее число граней призмы
- 3
 - 4
 - 5
 - 6
7. Параллелепипед – это тело, поверхность которого состоит из:
- параллелограммов
 - четырех параллелограммов
 - поверхность, составленная из параллелограмма и четырех треугольников
 - поверхность, составленная из шести параллелограммов
8. Свойство пирамиды: если боковые ребра пирамиды равнонаклонены к основанию, то они равны, а вершина пирамиды проектируется
- в центр окружности, описанной около основания
 - в центр окружности, вписанной в основание
 - в центр основания
 - в одну из вершин основания
9. Апофема – это
- высота пирамиды
 - высота боковой грани пирамиды;
 - высота боковой грани правильной пирамиды
 - высота основания пирамиды
10. Площадь полной поверхности пирамиды равна
- сумме площади ее боковой поверхности и площади основания
 - сумме квадратов трех ее измерений
 - сумме площадей двух ее граней
 - сумме площади ее боковой поверхности и двух площадей оснований
11. Постройте правильную треугольную пирамиду и укажите ее основные элементы.

Вариант 2

Поверхность призмы состоит из

- а) двух многоугольников, расположенных в двух равных плоскостях и конечного числа параллелограммов
- б) двух равных многоугольников и конечного числа параллелограммов
- в) двух равных многоугольников, расположенных в двух плоскостях и конечного числа параллелограммов
- г) двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях и конечного числа параллелограммов
2. Правильная призма – это
- а) призма, основанием которой является правильный многоугольник
- б) призма, основанием которой является равносторонний треугольник
- в) прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник
- г) прямая призма, основанием которой является квадрат
3. Высотой призмы называется:
- а) отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани
- б) отрезок, соединяющий две вершины, принадлежащие одной грани
- в) расстояние между плоскостями ее оснований
- г) расстояние между двумя боковыми гранями
4. Площадь полной поверхности призмы равна
- а) сумме площади ее боковой поверхности и двух площадей оснований
- б) сумме площади ее боковой поверхности и площади основания
- в) сумме квадратов трех ее измерений
- г) сумме площадей двух ее граней
5. Количество граней шестиугольной призмы
- а) 6
- б) 8
- в) 10
- г) 12
6. Наименьшее число ребер призмы
- а) 9
- б) 8
- в) 7
- г) 6
7. Выберите верное утверждение
- а) параллелепипед состоит из шести треугольников
- б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку
- в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам
- г) параллелепипед имеет всего шесть ребер
8. Свойство пирамиды: если две грани пирамиды перпендикулярны основанию, то их линия пересечения является
- а) высотой пирамиды
- б) апофемой пирамиды
- в) радиусом окружности, описанной около основания
- г) радиусом окружности, вписанной в основание
9. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется
- а) диагональю
- б) медианой
- в) апофемой
- г) ребром
10. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна
- а) половине произведения периметра основания на апофему

- б) произведению периметра основания на апофему
 в) половине произведения периметра основания на высоту пирамиды
 г) произведению периметра основания на высоту пирамиды
 11. Постройте наклонную четырехугольную призму и укажите ее основные элементы.

Ключ к тесту

Вариант 1	
1.	в
2.	б
3.	б
4.	а
5.	а
6.	в
7.	г
8.	а
9.	в
10.	а

Вариант 2	
1.	г
2.	в
3.	в
4.	а
5.	б
6.	а
7.	в
8.	а
9.	в
10.	а

Тема 5.3 Цилиндр, конус, шар и их сечения

Теоретические вопросы:

- Продолжите определение: «Цилиндр – это...».
- Продолжите определение: «Конус – это...».
- Продолжите определение: «Усеченный конус – это...».
- Продолжите определение: «Шар – это...».
- Что является высотой усеченного конуса?
- Что является осевым сечением цилиндра, конуса, усеченного конуса, шара?

Задачи по теме:

«Цилиндр»

Вариант 1

- Отрезок АВ равен 13 см, а точки А и В лежат на разных окружностях оснований цилиндра. Найдите расстояние от отрезка АВ до оси цилиндра, если его высота равна 5см, а радиус основания равен 10см.
- Сечением цилиндра плоскостью, параллельной оси, служит квадрат, площадь которого равна 20 дм². Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если его диагональ равна 10 дм.

Вариант 2

- Высота цилиндра 16 см, радиус основания 10см. Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до этого сечения.
- Боковая поверхность цилиндра разворачивается в квадрат с диагональю, равной 2π см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра

«Конус»

Вариант 1

- Высота конуса равна $4\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите площадь основания конуса.
- Радиус основания конуса равен $7\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

Вариант 2

- Высота конуса равна $2\sqrt{5}$ см, а угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите площадь основания конуса.

2. Радиус основания конуса равен $7\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

Дополнительная задача: Отрезок DE – хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на 9 см. KO – высота конуса, причём $KO = 3\sqrt{3}$ см. Найдите расстояние от точки O (центр основания конуса) до плоскости, проходящей через точки D , E и K .

«Шар и сфера»

Вариант 1

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен 6 см.

2. Сфера проходит через вершины квадрата $CDEF$, сторона которого равна 18 см. Найдите расстояние от центра сферы – точки O до плоскости квадрата, если радиус сферы OE образует с плоскостью квадрата угол, равный 30° .

3. *На поверхности шара даны три точки. Прямолинейные расстояния между ними 6 см, 8 см, 10 см. Радиус шара 13 см. Найдите расстояние от центра до плоскости, проходящей через эти три точки.

Вариант 2

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен 7 см.

2. Сфера проходит через вершины квадрата $MNKL$, сторона которого равна 24 см. Найдите расстояние от центра сферы – точки O до плоскости квадрата, если радиус сферы OK образует с плоскостью квадрата угол, равный 30° .

3. *Стороны треугольника MKN касаются шара. Найдите радиус шара, если $MK = 9$ см, $MN = 13$ см, $KN = 14$ см и расстояние от центра шара O до плоскости MNK равно $\sqrt{6}$ см.

«Тела вращения»

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите радиус основания цилиндра.

2. Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Найдите площадь основания конуса.

3. Сечение шара плоскостью имеет площадь 36π . Чему равен радиус шара, если сечение удалено от его центра на расстояние 8?

4. Площадь осевого сечения цилиндра равна $6\sqrt{\pi}$ дм², а площадь основания цилиндра равна 25 дм². Найдите высоту цилиндра.

5. Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если $AB=8$ см, $BC=10$ см, $AC=12$ см и расстояние от центра шара O до плоскости треугольника ABC равно $\sqrt{2}$ см.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 12 см. Найдите радиус основания цилиндра.

2. Длина образующей конуса равна $4\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 60° . Найдите площадь основания конуса.

3. Сечение шара плоскостью имеет площадь 25π . Чему равен радиус шара, если сечение удалено от его центра на расстояние 12?

4. Площадь осевого сечения цилиндра равна $8\sqrt{\pi}$ дм², а площадь основания цилиндра равна 25 дм². Найдите высоту цилиндра.

5. Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если $AB=4$ см, $BC=5$ см, $AC=7$ см и расстояние от центра шара O до плоскости треугольника ABC равно $\sqrt{2}$ см.

Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного

модуля)

Практическое занятие №26 Цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.

Задание №1. Вы продавец в магазине. Вам выдали кусок масла в виде куба со стороной 15 см. Вы должны разрезать его на маленькие кубики с ребром 3 см. Хватит ли вам этого масла, чтобы получилось 112 порций?

Задание №2. Вы продавец продуктовой базы. Завод – производитель предложил вам определенное количество мороженого с большой скидкой. Как вы сможете определить полезную емкость 4-камерного ледяного склада, если каждая камера имеет форму прямоугольного параллелепипеда с внутренними размерами $6 \times 5 \times 3$?

Практическое занятие №27 Представление об усеченном конусе. Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развёртка цилиндра и конуса

Задача 1

Ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований которого равны 15 см и 10 см, а образующая равна 30 см. Сколько килограммов краски нужно взять для того, чтобы покрасить с обеих сторон 100 таких ведер, если на 1 м² требуется 150 г краски? (Толщину стенок ведер в расчет не принимать.)

Задача 2

Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?

Тема 5.4 Объемы и площади поверхностей тел

Теоретические вопросы:

1. Перечислите единицы измерения площади, объема.
2. Чему равно отношение площадей поверхностей подобных фигур в пространстве?
3. Чему равно отношение объемов подобных фигур в пространстве?
4. Назовите предметы из вашей профессиональной деятельности, которые имеют формы тел вращения.

Тема 5.5 Примеры симметрий в профессии

Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)

Практическое занятие №28 Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Обобщение представлений о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

Задание 1

Создать пример витрины в магазине с использованием симметрии

Образец выполнения работы:

Урок по визуальному мерчендайзингу: повышаем продажи с помощью симметрии
Если вы до сих пор считаете, что продажи в магазине одежды можно увеличить только благодаря скидкам, значит, вы плохо знакомы с визуальным мерчендайзингом.

Визуальный мерчендайзер может так расположить одежду в магазине, что продажи увеличатся в несколько раз.

Сегодня мы расскажем вам о 2х важных принципах симметрия и асимметрия, которые помогают повысить продажи любого магазина одежды.

Начнем с того, зачем вообще нужна симметрия и асимметрия в магазине одежды.

Гармония и баланс в магазине одежды

Задача любого визуального мерчендайзера — добиться гармонии и баланса в оформлении магазина одежды

Зачем это нужно:

чем больше баланса в оформлении, тем лучше себя чувствует покупатель и тем больше времени готов провести в магазине

баланс создает ощущение дороговизны и премиальности магазина (тогда высокие цены на одежду не кажутся покупателю неоправданными)

баланс придает одежде модность и элегантность

витрины, дисплеи и зоны в магазине, в которых соблюдается принцип гармонии, больше привлекают внимание покупателя и больше продают

по статистике магазин, в котором одежда оформлена по принципам баланса, продает больше в 2-3 раза, нежели обычный магазин

И главными принципами создания баланса являются симметрия и асимметрия.

Симметрия

Баланс симметрии возникает, когда дизайн дублируется с центральной точки оси — если вы мысленно проведете линию пополам, левая и правая части являются зеркальными отражениями друг друга.



Как использовать симметрию в магазине одежды

Представьте вертикальную линию вниз по центру дисплея. Симметрично ли смотрятся левая и правая сторона?

Так же, как набор весов уравнивает левое и правое на весах, так и в визуальном мерчендайзинге, левая половина дисплея или пространства магазина уравнивается правой:

вещи и манекены в левой стороне витрины окна должны балансировать с объемом справа стопки сложенных футболок равномерно и симметрично распределены по отдельно стоящему столу у входа в магазин

на пристежной конструкции висят вещи одинакового ассортимента слева и права

Когда использовать симметрию?

Симметрия в визуальном мерчендайзинге часто используется для оформления вещей в классическом стиле. Симметрия придает элегантность и формальность.

витрины с мужской одеждой

оформление в дизайнерских магазинах с минималистичным дизайном

дисплей или причтенная конструкция с женской элегантной одеждой

дисплей с манекенами с необычной дизайнерской одеждой

Однако симметричные дисплеи могут быть немного скучными для более повседневной и базовой одежды, которые требуют чего-то более интересного.

Как создать симметрию?

Искусство состоит в том, чтобы размещать вещи на одном дисплее/витрине по одному с

каждой стороны от некой воображаемой вертикальной линии в центре окна, стеллажа или магазина. Убедитесь, что объем дисплея слева визуально сбалансирован с правой стороной. Если дисплей отображается «односторонне» — с одной стороны слишком много товаров, с другой — недостаточно, работайте над балансом для достижения гармонии. Примеры симметрии:



Практическое занятие №29 Примеры симметрий в профессии

Сделать вывод ПЗ№28

Привести примеры ассиметрии в профессии

Образец выполнения работы:

Асимметрия

Асимметричный баланс — разные визуальные изображения по обе стороны от дизайнерской конструкции, при этом изображение все еще кажется сбалансированным. Чтобы считаться асимметричным, дизайн должен иметь неравный визуальный объем с обеих сторон, но эти неравные визуальные элементы уравнивают друг друга.

Асимметричный дизайн может вызывать чувство движения и казаться более современным, чем симметричный, но при всем этом создать правильные пропорции элементов здесь сложнее.



Как использовать асимметрию в магазине одежды

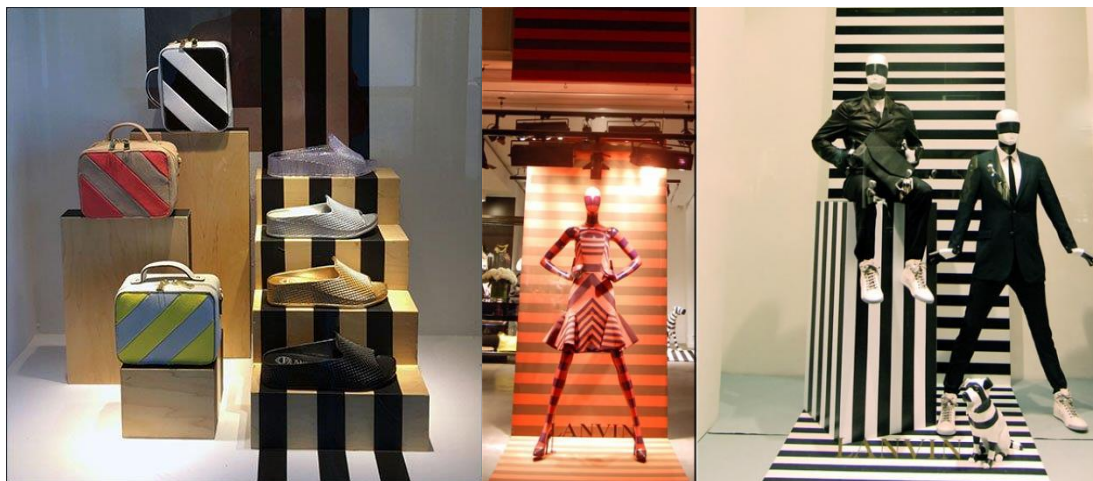
В качестве примера асимметричного баланса можно привести следующее — небольшой ярко-окрашенный манекен с левой стороны витрины, который уравнивается более крупным и темным справа. *Небольшие яркие цветовые акценты прекрасно балансируют крупные и темные объекты.*

Или пусть это будет один манекен в левой части витрины, уравновешенный двумя манекенами справа, стоящими близко друг к другу. В целом, гармония будет достигнута, поскольку три манекена удобно заполняют пространство, хотя они и распределены неравномерно.

В магазине настенное крепление с левой стороны может быть уравновешено увеличенным количеством отдельно стоящих светильников с правой, где нет настенного светильника. *Опять же, избегание этого «одностороннего» эффекта является нашей целью.*

Когда использовать асимметрию в магазине одежды

Асимметричный дисплей обычно используется для создания креативных дисплеев, а также для размещения повседневной и базовой одежды. Благодаря асимметрии получается представить базовые вещи более необычными.



Тема 5.6 Решение задач. Многогранники и телаВращения

Задачи по теме:

1. В цилиндре, длина окружности основания которого составляет 8л см, а высота равна 6 см, найдите: а) радиус основания цилиндра; б) площадь основания цилиндра; в) площадь боковой поверхности цилиндра; г) площадь полной поверхности цилиндра; д) площадь осевого сечения цилиндра; е) площадь сечения, удаленного на расстоянии 3 см о оси цилиндра.
2. Квадрат со стороной 2 см вращается вокруг прямой, содержащей одну из его сторон. Найдите поверхность полученного тела вращения.
3. Прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см свернули в цилиндр высотой 6 см. Найдите радиус основания цилиндра.
4. Радиус круга, лежащего в основании конуса, равен 3 дм, угол между образующей и основанием составляет 300. Найдите: а) образующую конуса; б) высоту конуса; в) площадь боковой

поверхности конуса; г) площадь полной поверхности конуса; д) площадь осевого сечения конуса; е) площадь сечения, проходящего через середину высоты, параллельно основанию конуса; ж) площадь сечения, проходящего через две образующие конуса, угол между которыми составляет 60° .

5. Прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см вращают вокруг меньшего катета. Найдите площадь поверхности полученного тела.

6. Полукруг радиуса 10 см свернули в конус. Определите высоту и радиус основания конуса

7. Осевое сечение усеченного конуса – равнобедренная трапеция с основаниями $6\sqrt{3}$ см и $10\sqrt{3}$ см и углом 30° . Найдите площадь поверхности усеченного конуса.

8. Плоскость α пересекает шар на расстоянии 8 см от его центра O. Радиус шара равен 10 см. Найдите: а) радиус круга, полученного сечения; б) длину окружности сечения; в) площадь сферы.

9. Высота цилиндра равна 3, а радиус основания равен 13.

а) Постройте сечение цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, так, чтобы площадь этого сечения равнялась 72.

б) Найдите расстояние от плоскости сечения до центра основания цилиндра

Практическое занятие №30 Объемы и площади поверхности многогранников

Задача 1. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 3 см, 4 см, 5 см.

Задача 2. Сколько нужно рабочих для переноса дубовой балки размером 6,5 м x 30 см x 45 дм? Каждый рабочий может поднять в среднем 80 кг. Плотность дуба 800 кг/см^3 .

Задача 3. Масса чугунной пирамиды с квадратным основанием равна 540 г, высота равна 6 см. Вычислите длину стороны основания. Плотность чугуна $7,5 \text{ г/см}^3$.

Задача 4. Одно из самых грандиозных сооружений древности – пирамида Хеопса – имеет форму правильной четырехугольной пирамиды с высотой 150 м и боковым ребром 220 м. Найдите объем пирамиды.

Задача 5. Вычислить вместимость ведра, имеющего форму усеченного конуса, если диаметр дна равен 18 см, диаметр отверстия 35 см, а глубина 38,5 см.

Задача 6 Диаметр свинцового шара равен 30 см. Сколько шариков, диаметром 3 см, можно сделать из этого свинца?

Практическое занятие №31 Объемы и площади поверхности тел вращения

Вариант 1	Вариант 2
1. Найти объем треугольной призмы если известно, что площадь основания 24 см^2 , а высота 8 см.	1. Найти объем треугольной призмы если известно, что площадь основания 26 см, а высота 10 см.
2. Высота ребра треугольной призмы равна 15 см, основание призмы есть произвольный треугольник, высота треугольника 4 см, а нижнее основание треугольника 8 см. Найти объем призмы.	2. Высота ребра треугольной призмы равна 20 см, основание призмы есть произвольный треугольник, высота треугольника 3 см, а нижнее основание треугольника 6 см. Найти объем призмы.
3. Образующая конуса равно 10 см, а высота конуса 6. Найти объем конуса.	3. Образующая конуса равно 13 см, а высота 5. Найти объем конуса.
4. Объем первого цилиндра равен 16 м^2 . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого. Найти объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.	4. Объем первого цилиндра равен 12 м^2 . У второго цилиндра высота в четыре раза меньше, а радиус основания в два раза больше, чем у первого. Найти объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

<p>5. Во сколько раз увеличиться объем шара, если его радиус увеличить в четыре раза</p> <p>6. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 18, а боковое ребро равно 10. Найдите объем многогранника с вершинами в точках $AB_1 C_1 D_1 E_1 F_1$.</p> <p>7. Найдите объем части цилиндра, если часть основания образует угол 60°, высота цилиндра 1, а радиус основания 18. Ответ укажите деленный на π.</p>	<p>5. Во сколько раз увеличиться объем шара, если его радиус увеличить в 5 раз.</p> <p>6. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 24, а боковое ребро равно 12. Найдите объем многогранника с вершинами в точках $AB_1 C_1 D_1 E_1 F_1$.</p> <p>7. Найдите объем части цилиндра, если часть основания образует угол 180°, высота цилиндра 9, а радиус основания 3. Ответ укажите деленный на π.</p>
--	---

Ключ ответов:

1. 192 см^3	1. 260 см^3
2. 240 см^3	2. 180 см^3
3. 128π	3. 240π
4. 12 м^3	4. 6 м^3
5. 64 раза	5. 125 раз
6. 50	6. 80
7. 54	7. 40,5

Контрольная работа № 5 Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения

Первая часть

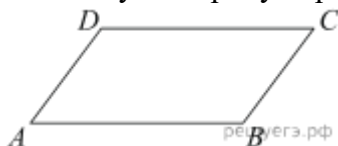
При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

- В каких единицах измеряется объем многогранника?
А) в метрах; Б) в кубических метрах; В) в квадратных метрах; Г) в двугранных градусах.
- Площадь полной поверхности призмы вычисляется по формуле:
А) $S = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}}$; Б) $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$; В) $S = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$; Г) $S_{\text{бок}} = 2P_{\text{осн}} \cdot H$.
- Что является осевым сечением конуса?
А) равнобедренный треугольник; Б) равнобедренная трапеция; В) прямоугольник; Г) прямоугольная трапеция.
- Какая фигура получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из своих катетов?
А) конус; Б) усеченный конус; В) пирамида; Г) усеченная пирамида.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

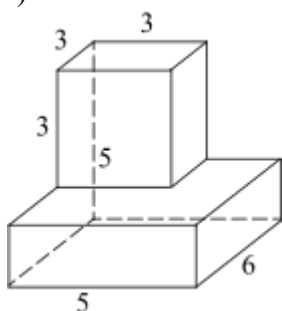
- Ребро основания правильной треугольной пирамиды 3 м, апофема 6 м. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- Две стороны параллелограмма относятся как 3:17, а периметр его равен 40. Найдите большую сторону параллелограмма.



- Прямоугольник со сторонами 8 см и 3 см вращается вокруг большей стороны.

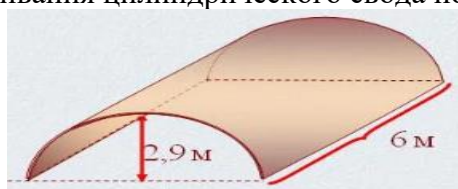
Найдите объем, площади боковой и полной поверхностей полученного тела.

8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



9. Клиенту необходимо, чтобы в комнате обязательно присутствовали объемные элементы декора цилиндрической формы. Построить из бумаги модель цилиндра. Размеры для построения выбрать самостоятельно, с учетом того, что соотношение радиуса к высоте должно быть 1:2.

10. Рассчитать количество 2-х килограммовых банок краски нужно купить для окрашивания цилиндрического свода подвала. Расход краски 100 г на 1 м². Считать $\pi=3$.



Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	А	А	А	27	17	72 π ; 48 π ; 64 π	87	-	3

Раздел 6. Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая Функции

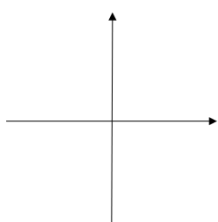
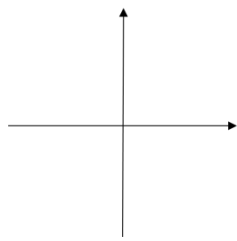
Тема 6.1 Степенная функция, ее свойства. Преобразование выражений с корнями n-ой степени

Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте определение степенной функции.
2. Перечислите свойства степенной функции
3. Сформулируйте определение показательной функции.
4. Перечислите свойства показательной функции

Практическое занятие №32 Преобразование выражений с корнями n-ой степени

Вариант №1	Вариант №2
<p>Задание №1. Решите уравнения:</p> <p>а) $\sqrt{x+4} = 5$</p> <p>б) $\sqrt{3x-2} = 4-x$</p> <p>в) $\sqrt{4x+3} = \sqrt{x^2+x-1}$</p> <p>г) $\sqrt[3]{2x+3} = -3$</p> <p>Задание №2. Вычислите:</p> <p>а) $64^{\frac{1}{2}}$</p>	<p>Задание №1. Решите уравнения:</p> <p>а) $\sqrt{x+1} = 5$</p> <p>б) $\sqrt{3x-1} = 1-3x$</p> <p>в) $\sqrt{3x-1} = \sqrt{x^2+x-4}$</p> <p>г) $\sqrt[3]{3x-1} = -5$</p> <p>Задание №2. Вычислите:</p> <p>а) $144^{\frac{1}{2}}$</p>

<p>б) $0,0016^{-\frac{3}{4}}$</p> <p>в) $0,04^{-\frac{1}{2}}$</p> <p>г) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$</p> <p>д) $9^{\frac{3}{2}}$</p> <p>е) $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$</p> <p>Задание №3. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{4x^2 + 5x - 2} = 2$</p> <p>Задание №4. Вычислите: а) $\sqrt[3]{\frac{54}{250}}$; б) $\sqrt[3]{38} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{19}}$;</p> <p>Задание №5. Представьте выражение в виде степени с рациональным показателем: а) $\frac{1}{3} \sqrt[4]{27 \cdot \sqrt[3]{x}}$ б) $\sqrt[7]{a^3} \cdot \sqrt[4]{b}$</p> <p>Задание №6. Начертите схематично графики функций: а) $y = x^{0,5}$</p> 	<p>б) $36^{-\frac{1}{2}}$</p> <p>в) $16^{-0,75}$</p> <p>г) $121^{-\frac{1}{2}}$</p> <p>д) $\left(\frac{25}{36}\right)^{\frac{1}{2}}$</p> <p>е) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,5}$</p> <p>Задание №3. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{x^2 + 4x - 50} = 3$</p> <p>Задание №4. Вычислите: а) $\sqrt[4]{18 \cdot 72}$; б) $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{6}}$;</p> <p>Задание №5. Представьте выражение в виде степени с рациональным показателем: а) $\frac{1}{8} \sqrt[7]{2^5 \cdot ax^3}$ б) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a}$</p> <p>Задание №6. Начертите схематично графики функций: а) $y = x^5$</p> 
---	---

Практическое занятие №33 Преобразование иррациональных выражений
Вариант 1

- Вычислите а) $\sqrt[3]{-125}$; б) $32^{\frac{2}{5}}$; в) 3^{-4} .
- Упростите выражение:
а) $c^{\frac{7}{8}} \cdot c^{\frac{3}{4}}$; б) $\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$.
- Вынесите множитель из под знака корня: $\sqrt[5]{64a^7b^5c^6}$.
- Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{\frac{5}{3}}$:
а) на отрезке $[0;8]$; б) на луче $[1;9)$.
- Представьте выражение в виде степени: $\sqrt{\frac{m}{n}} \sqrt[3]{\frac{n}{m}}$.

Вариант 2

1. Вычислите а) $\sqrt[4]{81}$; б) $16^{-\frac{1}{2}}$; в) 5^{-3} .
а) $y^{\frac{5}{7}} : y^{\frac{3}{14}}$; б) $\left(a^{\frac{5}{3}}\right)^{-0.9}$.
2. Упростите выражение:
3. Вынесите множитель из под знака корня: $\sqrt[3]{27a^4b^3c^6}$.
4. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 4x} = \sqrt{14 - x}$.
 $\sqrt{\frac{x}{y}} \sqrt{\frac{y}{x}}$.

Представьте выражение в виде степени:

Тема 6.2 Свойства степени с рациональным и действительным показателями

Тест по теме:

1. Установите с помощью стрелок соответствие между числами и арифметическими квадратными корнями из этих чисел:
А)64 1)0
Б)0,25 2)8
В)1 3)1
Г)0 4)0,5
2. Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа. Какое из равенств является верным:
А) $(\sqrt{a^2})^2=a$
Б) $\sqrt{a}=a^2$
В) $\sqrt{a}=a^{1/2}$
Г) $\sqrt{a}=a$
3. Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа. Иррациональным является число:
А) $\sqrt{64}$
Б) -81
В) 0,65
Г) $\sqrt{7}$
4. Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа. Какое уравнение не имеет решений :
А) $x^2=8$
Б) $x^2=0$
В) $x^2=-64$
Г) $x^2=81$

Тема 6.3 Решение иррациональных уравнений

Теоретические вопросы:

1. Между какими соседними целыми числами расположено число $\sqrt[3]{-19}$?
2. Определите знак разности $\sqrt[3]{15} - \sqrt[4]{90}$.
3. Постройте график функции $y = \sqrt{x} + 2$.
4. Найдите область определения функции $y = \sqrt[6]{3x - 9}$.
5. Вычислите $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9} - \frac{\sqrt[5]{-64}}{\sqrt[5]{-2}}$.
6. Вынесите множитель из-под знака корня, считая, что переменные могут принимать как

положительные, так и отрицательные значения:

$$\frac{3}{4a^2} \sqrt[4]{256a^7b^3}.$$

7. Расположите числа в порядке возрастания:

$$3; \sqrt[5]{40} \text{ и } \sqrt[3]{7}.$$

8. Упростите выражение

$$(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})^2 - (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})^2.$$

9. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^{\frac{5}{2}}$ на отрезке $[1;2]$

Практическое занятие №34 Решение иррациональных уравнений

Задание №1. Решите неравенство:

1. $\sqrt{x-4} \geq \sqrt{5-2x}$

2. $\sqrt{5x-9} < 4$

3. $\sqrt{x^2-5x+6} < 4+x$

4. $\sqrt{x+3} \geq x+1$

Задание №2. Решите неравенство:

1. $\sqrt{x+4} \leq \sqrt{2x-1}$

2. $\sqrt{5x-11} < 7$

3. $\sqrt{x^2-6x+8} \leq 5+x$

4. $\sqrt{x-1} > x-3$

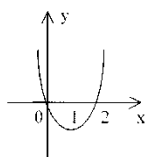
Тема 6.4 Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства

1. Функция задана формулой $f(x) = 1/x^3 - 1$.

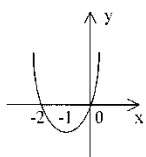
Найдите ее область определения.

2. Назовите, какую особенность имеет график убывающей функции.

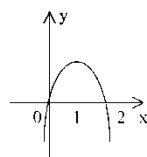
3. Определите, какой из указанных графиков является графиком функции $y = x^2 + 2x$.



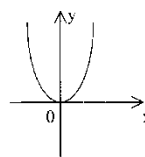
1)



2)



3)



4)

Практическое занятие №35 Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x+2} = 1;$

б) $\sqrt{3+x} + x = 3.$

2. Решите уравнение:

а) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140;$

- б) $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$;
 в) $4^x - 5 \cdot 2^x = 24$.
 3. Решите неравенство:
 а) $0,2^{3x-4} > 1$;
 б) $5^{2x-1} > 125$;
 в) $0,7^x \leq 2\frac{2}{49}$.

Вариант 2

1. Решите уравнение:
 а) $\sqrt{x-1} = 2$;
 б) $2 + \sqrt{2x-1} = x$.
 2. Решите уравнение:
 а) $6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$;
 б) $9^x - 6 \cdot 3^x + 27 = 0$;
 в) $4^x - 5 \cdot 2^x = -4$.
 3. Решите неравенство:
 а) $2^{3x-4} < 8$;
 б) $0,4^{2x-1} < 1$;
 в) $0,9^x \geq 1\frac{19}{81}$.

Практическое занятие №36 Решение показательных неравенств

Вариант 1

1. В одной системе координат схематично изобразите графики функций: $y = 4^x$ и $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.
 2. Исследуйте функцию на монотонность: $y = 12^{-x}$
 3. Найдите наименьшее и наибольшее значения заданной функции на заданном промежутке:
 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, [-4; -2]$
 4. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$
 5. Решите уравнение: $(2^{3x} = 128$.

Вариант 2

1. В одной системе координат схематично изобразите графики функций: $y = 3^x$ и $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.
 2. Исследуйте функцию на монотонность: $y = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x}$.
 3. Найдите наименьшее и наибольшее значения заданной функции на заданном промежутке:
 $y = 3^x, [-3; 1]$.
 4. Постройте график функции $y = 4^x - 1$
 5. Решите уравнение: $3^{2x} = \frac{1}{27}$

Тема 6.5 Логарифм числа. Свойства логарифмов

Теоретические вопросы:

- Сформулируйте определение логарифмической функции.
- Перечислите свойства логарифмической функции.
- Продолжите определение: «Логарифм – это...».
- Чему равен логарифм произведения?
- Чему равен логарифм частного?
- Вычислите: а) $\log_2 2^4 \cdot \log_5 5^2$;
 б) $\log_3 \frac{1}{27}$.
- Расположите числа в порядке возрастания:
 $\log_2 0,7$; $\log_2 2,6$; $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 3,7$.

3. Найдите область определения функции

$$y = \log_9(8x + 9).$$

4. Исследуйте функцию на монотонность: $y = \log_{2,6} x$.

5. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 5) - 2x + 9$

Практическое занятие №37 Логарифм числа. Свойства логарифмов

Вариант 1

- Вычислить:
 - $\log_2 32$
 - $\log_{11} \left(\frac{1}{11}\right)$
 - $\log_3 \left(\frac{1}{27}\right)$
 - $\log_{0,2} 125$
 - $\log_{32} 64$
 - $\log_7 49\sqrt{7}$
- Вычислить:
 - $4^{\log_4 7}$
 - $9^{\log_3 8}$
 - $\left(\frac{2}{5}\right)^{2-3\log_{2,5} 2}$
- При каких значениях переменной x имеет смысл выражение:
 - $\log_{2-x}(5x - 3)$
 - $\log_7(x^2 - x - 6)$
- Решить уравнение:
 - $\log_3 x = 4$
 - $\log_{\frac{1}{4}}(3x + 7) = -2$
- Найти значение выражения:
 - $\log_9 0,2 + \log_9 5$
 - $\log_2 56 - \frac{1}{2}\log_2 49$
 - $2\log_{10} \sqrt{15} + 0,5\log_{10} 144 - \log_{10} 6$
 - $\frac{\log_7 64}{\log_7 4}$
- Упростить выражение:
 - $\log_{0,75} \log_7 343 - \log_{0,75} 4$
 - $\frac{\log_2 9}{\log_4 9}$

Вариант 2

- Вычислить:
 - $\log_9 81$
 - $\log_4 \left(\frac{1}{16}\right)$
 - $\log_2 0,125$
 - $\log_{0,25} 64$
 - $\log_{27} 243$
 - $\log_6 \left(\frac{36}{\sqrt[4]{6}}\right)$
- Вычислить:
 - $17^{\log_{17} 6}$
 - $25^{\log_5 8}$
 - $3^{4-2\log_3 5}$
- При каких значениях переменной x имеет смысл выражение:
 - $\log_{(2x+7)}(3 - 9x)$
 - $\log_{11}(x^2 + 3x - 10)$
- Решить уравнение:
 - $\log_5 x = 3$
 - $\log_{0,5}(12 - 8x) = -4$
- Найти значение выражения:
 - $\log_2 12 + \log_2 \left(\frac{2}{3}\right)$
 - $3\log_5 3 - \log_5 5,4$
 - $\log_{0,5} 28 - 4\log_{0,5} \sqrt[4]{21} + \frac{1}{2}\log_{0,5} 144$
 - $\frac{\log_{62} 3}{\log_{62} 81}$
- Упростить выражение:
 - $\log_{1,25} \log_{10} 10000 + \log_{1,25} \left(\frac{5}{16}\right)$
 - $\frac{\log_{25} 6}{\log_{125} 6}$

Тема 6.6 Логарифмическая функция, ее свойства. Логарифмические уравнения, неравенства

Теоретические вопросы:

1. На что стоит обратить внимание при решении логарифмических и иррациональных, дробно-рациональных уравнений и неравенств?

2. В чем заключается графический способ решения уравнений.

3. Вычислите: а) $\log_8 8^{-3} \cdot \log_6 6^2$; б) $\log_{\frac{1}{3}} 81$.

2. Расположите числа в порядке возрастания:

$\log_{0,3} 17$; $\log_{0,3} 2,7$; $\log_{0,3} \frac{1}{2}$; $\log_{0,3} 3$; $\log_{0,3} \frac{2}{3}$.

3. Найдите область определения функции $y = \log_6(4x - 1)$.

4. Исследуйте функцию на монотонность: $y = \log_{\frac{3}{4}} x$.

5. Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x + 3) + 7$

Практическое занятие №38 Три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\log_4(5x + 1) = 2$;

б) $\lg(2x - 1) = \lg(x + 1)$;

в) $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0$.

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\log_2(5x - 1) = 3$;

б) $\lg(x + 5) = \lg(5x + 1)$;

в) $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0$.

Практическое занятие №39 Логарифмические неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенство:

г) $\log_3 x > 1$;

д) $\log_2(2x + 1) \leq \log_2(x + 4)$;

е) $\log_3(x + 3) \geq 1 + \log_3(x - 1)$;

ж) $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 5) \geq -3$.

Вариант 2

1. Решите неравенство:

а. $\log_4 x \leq 1$;

б. $\log_5(3x + 1) < \log_5(x + 3)$;

с. $\log_2(x + 2) \geq 1 + \log_2(x - 1)$;

д. $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 4) \geq -2$.

Тема 6.7 Логарифмы в природе и технике

Теоретические вопросы:

1. Как возникли логарифмы?

2. В каких сферах жизнедеятельности человека применяются логарифмы?

3. Где в природе встречаются логарифмы?

4. Приведите примеры логарифмической спирали в природе и в окружающем мире.

Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)

Практическое занятие № 40 Применение логарифма.

Задание №1. Согласно плану оптимизации кадрового состава необходимо ежегодно

уменьшать количество сотрудников на 0,7%. Через сколько лет будет достигнуто необходимое количество сотрудников – 120 человек, если изначально работает – 210 человек?

Задание №2. Население города возрастает ежегодно на 3%. Через сколько лет население этого города увеличиться в 1,5 раза?

Задание №3. Рассчитать, сколько денег получит вкладчик через 5 лет, если он положил на счёт в банк 1500 р. И ни разу не будет брать деньги со счёта, а тем временем сумма будет ежегодно увеличиваться на 10%

1) *Решить задачу:*

Определить информацию, которую несет в себе один символ в кодировках ASCII и Unicode.

Решение.

1) В алфавите ASCII предусмотрено 256 различных символов, т.е.

$M = 256$, а $I = \log_2 256 = 8 \text{ бит} = 1 \text{ байт}$

Ответ: 1 байт.

2) В современной кодировке Unicode заложено гораздо большее количество символов. В ней определено 256 алфавитных страниц по 256 символов в каждой.

Таким образом:

$I = \log_2 (256 * 256) = 8 + 8 = 16 \text{ бит} = 2 \text{ байта}$

Ответ: 2 байта.

3) **Физика**

Решить задачу:

Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 20^\circ\text{C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_b = 100^\circ\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,2 \text{ кг/с}$. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T^\circ\text{C}$, при чём

$$x = a \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$$

где $c = 4200 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$ — теплоемкость воды

$\gamma = 42 \text{ Вт/м}^\circ\text{C}$ — коэффициент теплообмена

$a = 1,4$ — постоянная.

До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 28 м?
(Ответ: 60°)

4) Интенсивность звука измеряется в системе единиц СИ в Вт/м^2 . Интенсивность звука, также оценивается уровнем интенсивности по шкале децибел, где число децибел $N = 10 \lg(I/I_0)$, где I – интенсивность данного звука, $I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$.

Решить задачу:

Интенсивность звука на перемене достигает 10^{-5} Вт/м^2 . Вычислить громкость звука в (дБ) и сравнить ее с нормой (40 дБ)

$$N = 10 \cdot \lg \frac{10^{-4}}{10^{-12}} \Rightarrow N = \lg 10^8 \Rightarrow N = 80 \text{ дБ}, \text{ а более } 120 \text{ дБ} - \text{ болевой порог}$$

Уровень звукового давления зависит от расстояния до источника звука, отражения звука и т.д. Наиболее простой вид имеет зависимость уровня давления от расстояния. Если известен уровень мощности шума L_w , то уровень звукового давления L_p в дБ на расстоянии r (в метрах) от источника вычисляется так: $L_p = L_w - \lg r - 11$

5) *Решить задачу:*

Мощность звука холодильного блока равна 78 дБ. Найти уровень звукового давления на расстоянии 10 м от него.

$(78 - \lg 10 - 11) \text{ дБ} = 66 \text{ дБ}$.

Способность ядер самопроизвольно распадаться, испуская частицы, называется радиоактивностью. Радиоактивный распад статистический процесс. $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$,

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \ln \frac{2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad \ln x = \log_e x \quad e=2,718281828459045\dots$$

- 6) *Задача* Чему равен период полураспада одного из изотопов франция, если за 6 секунд количество ядер этого изотопа уменьшается в 8 раз?
- 7) *Задача* Период полураспада одного из изотопов равен 12,4 часа, через, сколько секунд количество ядер этого изотопа уменьшается в 16 раз?

8) *Астрономия*

Если известна видимая звёздная величина и расстояние до объекта, то можно вычислить абсолютную звёздную величину по формуле: $M = m - 5 \lg \frac{d}{d_0}$.

Абсолютная звёздная величина связана со светимостью следующим соотношением:

$$\lg \frac{L}{L_0} = 0,4(M_0 - M)$$

- 9) *Решить задачу:*

Вычислить светимость Сириуса (альфа Большого Пса), относительно Солнца. L_0 – светимость Солнца, абсолютная звездная величина Солнца равна +4,8 а абсолютная звездная величина Сириуса равна +1,45

$$\lg \frac{L}{L_0} = 0,4 \cdot (4,8 - 1,45)$$

$$\lg \frac{L}{L_0} = 1,34 \Rightarrow \frac{L}{L_0} = 10^{1,34} = 21,877 \approx 22 \Rightarrow L = 22 L_0$$

10) *Биология*

Решить задачу:

В начальный момент времени было 8 бактерий. Через 2 часа после помещения бактерий в питательную среду, их число возросло до 100. Через сколько времени с момента размещения в питательную среду следует ожидать появления 500 бактерий?

Для решения данной задачи, необходимо вспомнить понятия скорости и ускорения.

1 изменение: Было -8
Стало- 100 } $\Rightarrow 8^x = 100 \Rightarrow x = \log_8 100$

$\Rightarrow \log_8 100$ – конечное значение скорости распространения бактерий при первом изменении - $V_{\text{кон.1}}$.

2 изменение: Было -8
Стало- 500 } $\Rightarrow 8^y = 500 \Rightarrow y = \log_8 500$

$\Rightarrow \log_8 100$ – конечное значение скорости распространения бактерий при втором изменении - $V_{\text{кон.2}}$.

Составим формулу для ускорения, учитывая, что начальная скорость

$$V_{\text{нач.}} = \log_8 8 \text{ (т.е. было } -8, \text{ стало } -8):$$

$$a_1 = \frac{V_{\text{кон.1}} - V_{\text{нач.}}}{t} = \frac{\log_8 100 - \log_8 8}{2}$$

$$a_2 = \frac{V_{\text{кон.1}} - V_{\text{нач.}}}{t_1} = \frac{\log_8 500 - \log_8 8}{t_1}$$

Т.к. ускорение постоянно $\Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow$

$$\frac{\log_8 100 - \log_8 8}{2} = \frac{\log_8 500 - \log_8 8}{t_1}$$

Перейдем к натуральному основанию логарифмов, для того, чтобы можно было воспользоваться табличными значениями:

$$\frac{\ln 100 - \ln 8}{2 * \ln 8} = \frac{\ln 500 - \ln 8}{t_1 * \ln 8}$$

$$t_1 = \frac{2 * (\ln 500 - \ln 8)}{\ln \left(\frac{100}{8}\right)}$$

Ответ: приблизительно 3 часа 15 минут.

- 11) Пусть вкладчик положил в банк 10 000 руб. под ставку 12% годовых. Когда его вклад удвоится?

$$S = A \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n \text{ формула сложных процентов}$$

Известно, что соотношение между углеродом C^{12} и его радиоактивным изотопом C^{14} во всех живых организмах постоянно. Период полураспада углерода C^{14} составляет 5760 лет. Определите возраст остатков мамонта, найденных в вечной мерзлоте на Таймыре, если относительное содержание изотопа C^{14} в них составляет 26% от его количества в живом организме.

- 12) Пусть изначально изотопа C^{14} было m , получим $q = m$, $t = 5760$, $p = 1/2$, $B = 0,26m$, и значит,

$$B = m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow 0,26m = m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5760}} \Rightarrow 0,26 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5760}} \Rightarrow \frac{t}{5760} = \log_{\frac{1}{2}} 0,26 \Rightarrow t = 5760 \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0,26 \approx 11200 \text{ лет.}$$

Возраст останков мамонта составляет примерно 11200 лет.

13) Формула Циолковского.

Эта формула, связывающая скорость ракеты V с ее массой m :

$$V = V_r \cdot \ln \frac{m}{m_0} \text{ где } V_r \text{ – скорость вылетающих газов, } m_0 \text{ – стартовая масса ракеты.}$$

Скорость истечения газа при сгорании топлива V_r невелика (в настоящее время она меньше или равна 2 км/с). Логарифм растет очень медленно, и для того чтобы достичь космической скорости, необходимо сделать большим отношение $\frac{m}{m_0}$, т.е.

почти всю стартовую массу отдать под топливо.

Купили радиатор, для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 20^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_b = 100^{\circ}\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,2 \text{ кг/с}$. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T^{\circ}\text{C}$, при чём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$$

где $c = 4200 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$ — теплоемкость воды

$\gamma = 42 \text{ Вт/м}\cdot^{\circ}\text{C}$ — коэффициент теплообмена

$a = 1,4$ — постоянная.

До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 28 м?
(Ответ: 60?.)

Практическое занятие № 41 Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства

Задание 1: Какие товары в виде логарифмической спирали можно встретить на полках в магазине?

Например

Продовольственные товары:



Непродовольственные товары:



Тема 6.8 Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции
Теоретические вопросы:

1. На что необходимо обратить внимание при решении иррационального уравнения четной степени?
2. Чему равен корень четной степени из отрицательного числа? Приведите пример.

3. Чему равен корень нечетной степени из отрицательного числа? Приведите пример.

Контрольная работа №6. Степенная, показательная и логарифмическая функции.

Решение уравнений

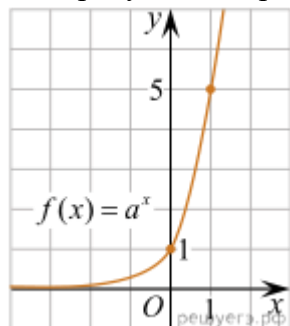
Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. Между какими двумя натуральными числами находится число $\sqrt[3]{19}$?

А) 19 и 20; Б) 2 и 3; В) 18 и 19; Г) 3 и 4.

2. На рисунке изображён график функции вида $f(x)=a^x$. Найдите значение $f(2)$.



А) 25.; Б) 5; В) 32; Г) нет верного ответа.

3. Какая из функций возрастают на всей области определения?

А) $f(x)=\log_5 x$; Б) $f(x)=0,7^x$; В) $f(x)=x^2$; Г) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}} x$.

4. Укажите область определения функции $f(x) = \lg \frac{2x-3}{x+7}$

А) $(-7; 1,5)$; Б) $(-\infty; -1,5), (7; +\infty)$; В) $(-1,5; 7)$; Г) $(-\infty; -7), (1,5; +\infty)$.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

$$4^8 \cdot 11^{10} : 44^8.$$

5. Найдите значение выражения

6. Сколько целых решений имеет неравенство $1 < 7^{x-1} \leq 49$?

7. Найдите корень уравнения $\log_5(4+x) = 2$.

8.)Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над

землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 48 километров?

Ответ выразите в километрах.

9. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону

$m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 184 мг. Период его полураспада составляет 7 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

10. Найдите значение выражения $\log_6 108 + \log_6 2$

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	А	А	Г	121	2	21	0,18	21	3

Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической

Статистики

Тема 7.1 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей

Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Случайное событие – это...». Приведите пример.

2. Приведите пример достоверного события.
3. Приведите пример невозможного события.
4. Продолжите определение: «Вероятность случайного события – это...».
5. Сформулируйте правило нахождения сложения вероятностей.
6. Сформулируйте правило умножения вероятностей.

Задание по теме:

1. В цветочном магазине есть 5 видов красных и 3 вида розовых цветов. Сколькими способами можно выбрать букет из 3 цветков разного вида одного окраса?
2. В равной пропорции были посажены следующие виды клевера: красный, белый и гибридный. Всхожесть семян 97%, 86% и 83% соответственно. Какова вероятность всхожести всех посаженных цветов клевера?
3. Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Вероятности попадания по цели равны $p_1=0.6$ и $p_2=0.5$ соответственно. Найти, что вероятнее: два, одно или ни одного поражения цели.
4. На полке стоят 7 учебников, из которых три по математике. С полки наугад взяли два учебника. Найти вероятность того, что оба они окажутся учебниками по математике

Тема 7.2 Вероятность в профессиональных задачах

Теоретические вопросы:

1. Как найти среднее арифметическое числового ряда?
2. Как найти медиану числового ряда?
3. Как вычисляется размах числового ряда?
4. Для чего нужны диаграммы, графики? Перечислите виды диаграмм.
5. Приведите примеры проявления закона больших чисел в природных явлениях.
6. Приведите примеры проявления закона больших чисел в общественных явлениях.
7. Какое свойство относительной частоты вы знаете?
8. Как связаны относительная частота и вероятность?

Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)

Практическое занятие № 42 Относительная частота события, свойство ее устойчивости.

Задание 1:

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад покупает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

Задание 2:

В магазине работают 6 продавцов. Необходимо выбрать двух кандидатов для участия в конкурсе «Лучший по профессии». Сколько существует различных вариантов представления участников на конкурс?

Задание 3:

В ресторане работают 8 поваров и 3 кондитера. Необходимо направить на курсы повышения квалификации 1 повара и 1 кондитера. Сколько существует различных вариантов?

Чему равна относительная частота всхожести семян овса, если было посажено 1000 зерен, а взошло 960?

Задание 4

Десять дней назад вы посадили дома по 10 семян (календулы или лобелии, или бархатцев), разделившись на три группы. Сегодня поработаем в этих группах. Соберите все данные в группе и найдите относительную частоту всхожести семян

Сравните полученные вами результаты с представленными.

Сделайте выводы.

Задание 5

Используя статистические данные метеослужбы за несколько лет, составьте прогноз вероятности осадков на 1 мая в вашей местности (2 мая и т.д. индивидуально)

Практическое занятие № 43 Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события

Задание 1:

Составить таблицу «Выпуск готовой продукции продуктового магазина за последние три года». Составить гистограмму по данным таблицы. Сделать выводы.

Задание 2

На основании данных за отчетный год о производстве молока и количестве коров на молочно-товарных фермах определите:

- средний удой на одну корову;
- среднее число коров, закрепленных за одной дояркой.

№ фермы	Валовой надой молока, ц	Удой молока на одну корову, кг	Число коров, закрепленных за одной дояркой, голов
1	650	3200	30
2	600	2800	22
3	400	2500	20

Тема 7.3 Дискретная случайная величина, закон ее распределения

Теоретические вопросы:

- Что изучает статистика?
- Продолжите определение: «Сочетание – это...».
- Продолжите определение: «Размещение – это...».
- Продолжите определение: «Перестановки – это...».

Тема 7.4 Задачи математической статистики.

Практическое занятие №44 Числовые характеристики (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия).

Устный опрос, решение задач.

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия равна 0,2. Имеется 4 снаряда. Обстрел цели происходит до первого попадания. Пусть случайная величина X – число израсходованных снарядов. Какое из представленных распределений является законом распределения данной случайной величины?

- | | | | | |
|---|-----|------|-------|-------|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | 0,2 | 0,16 | 0,128 | 0,512 |
- | | | | | |
|---|-----|------|------|------|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | 0,8 | 0,16 | 0,02 | 0,02 |
- | | | | | |
|---|-----|------|--------|--------|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | 0,2 | 0,16 | 0,5376 | 0,1024 |

2. По 46 районам Краснодарского края за 2016 г. имеются следующие данные по урожайности кукурузы на зерно (ц/га) в организациях:

44,0; 37,1; 24,8; 37,9; 51,5; 52,5; 50,3; 47,5; 30,7; 39,0; 56,9; 62,3; 51,9; 53,9; 46,6; 32,0; 50,7; 50,5; 37,4; 54,4; 47,5; 52,1; 48,4; 50,0; 28,5; 57,8; 33,8; 24,4; 48,6; 47,5; 21,6; 38,9; 52,3; 54,4; 37,1; 36,5; 47,2; 47,9; 22,5; 43,0; 29,1; 53,7; 25,0; 30,5; 28,5; 38,6.

Составить вариационный ряд с равными интервалами (6 интервалов) и изобразить графически (гистограмму распределения районов по урожайности). Определить среднюю

урожайность кукурузы на зерно.

3. Экзаменационный билет по математике содержит 10 заданий. Изучалось число задач, решенных абитуриентами на вступительном экзамене. Результаты сдачи экзамена для 300 абитуриентов таковы

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
13	17	15	35	10	9	40	51	45	33	32

Чему равна мода представленного ряда распределения?

Ответы. 5, 8, 7, 6, 5

1. Дискретная случайная величина X имеет распределение

X	1	2	3
P	0,35	0,4	0,25

Найдите ее математическое ожидание $M(X)$.

2. Результаты взвешивания 50 случайным образом отобранных пачек чая представлены рядом распределения

147	148	149	150	151	152	153	154
4	5	8	11	11	7	3	1

Найдите медиану данного ряда наблюдаемых данных.

Ответы. 151; 149; 150; 150,5

3. Для проведения аналитики наблюдалось распределение высоты тюльпанов определенного сорта. Были получены следующие данные:

Высота тюльпанов (см)

34	35	36	37	38	39	40	41
----	----	----	----	----	----	----	----

Количество тюльпанов данной высоты

8	19	34	108	72	51	6	2
---	----	----	-----	----	----	---	---

Найдите моду и медиану данного распределения.

- 1) $M_0=37; M_e=37;$
- 2) $M_0=37; M_e=38;$
- 3) $M_0=37,5; M_e=37,5.$

Практическое занятие №45 Работа с таблицами, графиками, диаграммами

Рассмотрим пример 1.

При измерении высоты нарциссов (в мм) была получена следующая выборка (объема $n = 30$):

160, 154, 183, 155, 153, 167, 186, 163, 155, 175, 170, 166, 159, 173, 182, 167, 171, 169, 165, 156, 179, 158, 171, 175, 173, 164, 172.

Какую первичную обработку нужно провести?

Осуществите это с помощью компьютерной программы Excel.

Как сгруппировать эти числа, если почти нет повторяющихся?

Правильно, и мы получим интервальный вариационный ряд

Необходимо построить интервальный вариационный ряд из 6 интервалов и его гистограмму.

Как найти величину интервала?

Какая длина у вас получилась?

Получаем следующие шесть промежутков:

[150,156); [156,162); [162,168); [168,174); [174,180); [180,186].

Обратите внимание на скобки, чтобы одно значение не вошло в два промежутка.

Проверкой послужит то, что сумма всех частот будет равной объему выборки (30).

Постройте гистограмму, используя компьютер.

Задание 2.

Имеются следующие данные о всхожести луковиц цветов и количеством внесенных минеральных удобрений по 10 тепличным хозяйствам:

№	Всхожесть, кол-во на m^2	Внесено минеральных удобрений на $1 m^2$, г	№
	Всхожесть, кол-во на m^2	Внесено минеральных удобрений на $1 m^2$, г	

1	128	140	6	183	197
2	179	262	7	201	246
3	221	289	8	195	276
4	136	191	9	141	187
5	164	202	10	192	253

Для изучения зависимости между всхожестью луковиц цветов и количеством внесенных минеральных удобрений произвести группировку тепличных хозяйств, образовав три группы с равными интервалами. По каждой группе подсчитать:

число предприятий;

среднюю всхожестью луковиц цветов;

средний объем внесенных минеральных удобрений на 1 м^2 , г.

Постройте гистограмму зависимости между всхожестью луковиц цветов и количеством внесенных минеральных удобрений. Используйте компьютерную программу Excel. Сделайте выводы

Тема 7.5 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Контрольная работа № 7 Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных

1. Каких событий не бывает в теории вероятностей?

А) случайные; Б) неслучайные; В) достоверные; Г) невозможные.

2. Событие, которое при выполнении определенной совокупности условий,

обязательно произойдет - это:

А) случайное; Б) неслучайное; В) достоверное; Г) невозможное.

3. Вероятность случайного события есть неотрицательное число, заключенное между

числами:

А) 0 и 1; Б) 0 и 100; В) -1 и 1; Г) -100 и 100.

4. Группировка – это...

А) упорядочение единиц совокупности по признаку; Б) разбиение единиц совокупности на группы по признаку; В) обобщение единичных фактов; Г) обобщение единичных признаков.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. В офисе дизайнерского агентства находятся 8 посетителей женского пола и 2 мужского. Определить вероятность того, что первым к консультанту обратится мужчина.

6. На конференцию приехали 2 ученых из Германии, 3 из Сербии и 7 из Швейцарии.

Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что пятым окажется доклад ученого из Сербии.

7. Маша, Тимур, Диана, Костя и Антон бросили жребий — кому достанется проект по оформлению свадебного зала. Найдите вероятность того, что проект точно не будет выполнять Антон.

8. В ящике три красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

9. Дан ряд чисел: 175; 172; 179; 171; 174; 170; 172; 169. Найдите моду ряда и среднее арифметическое ряда.

10. При анализе ценовых предпочтений клиентов дизайнерского агентства получены данные, представленные в таблице: доля клиентов, приобретающих дизайнерские услуги одинакового назначения, но различной цены. Найти моду случайной величины. X – цены продаваемых услуг.

x_i	3500	4500	5500	6500	7500	8500
-------	------	------	------	------	------	------

p_i	1/20	3/20	3/20	8/20	4/20	1/20
-------	------	------	------	------	------	------

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	В	А	А	0,2	0,25	0,8	0,15	172; 172,75	6500

5.3.2 Оценочные средства для проведения контроля по внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся

Задания по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся представлены в Методических рекомендациях по внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся

5.3.3 Контрольно-оценочные средства промежуточной аттестации

Задания для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена

Перечень практических заданий:

1)

Вычислите $29 \cdot 16^{\frac{1}{4}} - 15$.

Вычислите $27 \cdot 32^{\frac{1}{5}} - 14$.

Вычислите $7 - 3 \cdot 64^{\frac{1}{6}}$.

Вычислите $2 \cdot 125^{\frac{1}{3}} - 0,9$

Вычислите $\left(-2\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot 96$

Вычислите $\left(-\frac{3}{4} - 1\frac{1}{9}\right) \cdot 90$

Вычислите $\left(-2\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) \cdot 12$

Вычислите $\left(-\frac{7}{8} + 8\frac{1}{2}\right) \cdot 32$

2)

Упростите выражение $\frac{5^{0,5}}{5^{-0,5}}$.

Упростите выражение $\frac{11^{1,7}}{11^{-0,3}}$.

Упростите выражение $\frac{6^{1,4}}{6^{-0,6}}$

Упростите выражение $\frac{7^{1,5}}{7^{-0,5}}$.

Упростите выражение $4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$

Упростите выражение $8^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$

Упростите выражение $4^{\frac{1}{5}} \cdot 8^{\frac{1}{5}}$

Упростите выражение $25^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$

3)

Вычислите: $\log_2 50 - 2\log_2 5$.

Вычислите: $2^{\log_2 3} + \log_7 2 - \log_7 14$.

Вычислите: $\log_5 3 - \log_5 15 + \log_5 5$

Вычислите: $\log_2 64 - 2\log_2 2$.

Вычислите: $\log_6 198 - \log_6 5,5$

Вычислите: $\log_{12} 108 - \log_{12} 0,75$

Вычислите: $\log_{12} 216 - \log_{12} 1,5$

Вычислите: $\log_{11} 12,1 + \log_{11} 10$

Вычислите $\log_6 \frac{1}{2} + \log_6 72$

Вычислите $\frac{72}{\frac{\log_1 8}{\frac{1}{4}}}$

Вычислите $\log_5 \frac{1}{2} + \log_5 50$

Вычислите $\frac{42}{7^{\log_7 14}}$

Вычислите $\log_2 \frac{1}{5} + \log_2 80$.

Вычислите $\frac{28}{\frac{1}{5} \log_1 7}$

Вычислите $\log_5 150 - \log_5 6$

Вычислите $\frac{36}{\frac{1}{6} \log_1 4}$

Вычислите: $\lg 4 + 2\lg 5$

Вычислите: $\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \sqrt{2}$

Вычислите: $\log_6 9 + 2 \log_6 2$

Вычислите: $\lg \sqrt{30} - \lg \sqrt{3}$

4)

Найдите значение $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Найдите значение $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Найдите значение $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найдите значение $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Найдите значение $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Найдите значение $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Найдите значение $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Найдите значение, если $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Найдите значение $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Найдите значение, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -2\pi$.

Найдите значение $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, $-\pi < \alpha < -\frac{3\pi}{2}$.

5)

Упростите выражение $7\cos^2 \alpha - 5 + 7\sin^2 \alpha$.

Упростите выражение $-3\sin^2 \alpha - 6 - 3\cos^2 \alpha$.

Упростите выражение $-4\sin^2 \alpha + 5 - 4\cos^2 \alpha$

Найдите значение $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Упростите выражение $4\cos^2 \alpha - 5 + 4\sin^2 \alpha$.

6)

Решите уравнение $\cos x = 1$.

Решите уравнение $\sin x = 1$.

Решите уравнение $\cos x = -1$.

Решите уравнение $\cos x = 0$

7)

Найти корень уравнения $\sqrt{64 - 3x^2} = -x$.

Найти корень уравнения $\sqrt{125 - 4x^2} = -x$.

Найти корень уравнения $\sqrt{4x^2 - 27} = -x$

Найти корень уравнения $\sqrt{27 - 2x^2} = -x$.

8)

Найти корень уравнения $\left(\frac{1}{32}\right)^{0,5x+1} = 8$.

Найти корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{0,4x-2} = 125$.

Найти корень уравнения $\left(\frac{1}{8}\right)^{0,1x-1} = 16$

Найти корень уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^{4x-6} = 25$.

9)

Решите неравенство $\frac{6x-2}{(x-1)(x+2)} \leq 0$.

Решите неравенство $\frac{x-3}{(4x-2)(x+2)} \leq 0$.

Решите неравенство $\frac{x+8}{(4x-1)(x-2)} \geq 0$

Решите неравенство $\frac{5x-1}{(x-3)(x+2)} \leq 0$.

10)

Найдите множество значений функции $y = \cos x - 2$.

Найдите множество значений функции $y = \sin x + 4$.

Найдите множество значений функции $y = \sin x - 1$

Найдите множество значений функции $y = \cos x - 3$.

11)

Найдите производную функции $f(x) = (7 - 2x)^4$.

Найдите производную функции $f(x) = (5 + 3x)^3$.

Найдите производную функции $f(x) = (3x - 4)^6$

Найдите производную функции $f(x) = (8 - 3x)^4$.

Найти значение производной функции $y = x^2 + 3x - 4$ в точке $x_0 = 1$

Найти значение производной функции $y = x^3 - 3x + 2$ в точке $x_0 = -1$

Найти значение производной функции $y = x^2 + x + 1$ в точке $x_0 = 1$

Найти значение производной функции $y = x^2 - 2x + 1$ в точке $x_0 = 2$

Найдите производную функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 8x + 2$. Вычислите ее значение в точке $x=1$.

Найдите производную функции $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 3x - 5$. Вычислите ее значение в точке $x=-1$.

Найдите производную функции $f(x) = 5x^3 - 4x^2 + 6x - 7$. Вычислите ее значение в точке $x=1$.

Найдите производную функции $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 9$. Вычислите ее значение в точке $x=-1$.

12)

Укажите первообразную функции $f(x) = 2x + 4x^3 - 1$.

Укажите первообразную функции $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$.

Укажите первообразную функции $f(x) = 5x^4 - 2x + 1$

Укажите первообразную функции $f(x) = 2x^3 + 4x^5 - 2$

13)

Решите уравнение $\log_5 x + \log_5 3 = \log_5 12$.

Решите уравнение $\log_7 x + \log_7 6 = \log_7 18$.

Решите уравнение $\log_4 x + \log_4 5 = \log_4 20$

Решите уравнение $\log_5 x + \log_5 4 = \log_5 24$

14)

Найдите точки максимума функции $y = x^3 - 3x^2$

Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 1$.

Найдите точку максимума функции $y = 4x - x^4$

Найдите точки максимума функции $y = x^4 - 8x^2$

Найдите точки экстремума функции: $y = 3 + 24x - 3x^2 - x^3$

Найдите точки экстремума функции: $y = x^3 + 6x^2$

Найдите точки экстремума функции: $y = 12x - x^3$

Найдите точки экстремума функции: $y = x^2 - 4x^2 + 5x - 1$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 0]$: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[0; 2]$: $f(x) = x^3 -$

$$9x^2 + 15x - 3$$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 0]$: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[0; 2]$: $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции: $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции: $y = 4x^3 - 12x^2 - 36x + 18$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции: $y = 4x^3 - 12x^2 - 96x + 26$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции: $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 12$

15)

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 2; 2; 1

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 2; 3; 6.

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 6; 6; 7

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 6; 3; 1.

16)

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$.

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$.

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = 1 - x^3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = -4x - x^2$, $y = 0$, $x = -3$, $x = -1$.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $a = 1$, $b = 3$, $y = 0$.

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = x^3$, $a = 1$, $b = 2$, $y = 0$.

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = 1 - x$, $y = 0$, $x = 0$

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 0$

17)

Укажите область определения функции $y = \log_{0,3}(6x - 3x^2)$.

Укажите область определения функции $y = \log_{0,3}(x^2 - 4x)$.

Укажите область определения функции $y = \log_{0,5}(x^2 - 3x)$.

Укажите область определения функции $y = \log_{0,5}(4x - 2x^2)$.

18)

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-5x} - 1 \leq 0$.

Найдите наименьшее целое решение неравенства $\left(\frac{4}{11}\right)^{6x-3} - 1 \leq 0$.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\left(\frac{2}{7}\right)^{4-8x} - 1 \leq 0$.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\left(\frac{1}{4}\right)^{6-3x} - 1 \leq 0$.

19)

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны 56дм^2 и 192дм^2 , а длина их общего ребра 8дм . Найдите объем параллелепипеда.

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны 35см^2 и 42см^2 , а длина их общего ребра 7см . Найдите объем параллелепипеда.

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны 20см^2 и 45см^2 , а длина их общего ребра 5см . Найдите объем параллелепипеда.

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны 42дм^2 и 182дм^2 , а длина их общего ребра 7дм . Найдите объем параллелепипеда.

Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найти его объем.

Объем куба равен $24\sqrt{3}$. Найти диагональ.

Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребро увеличить в три раза?

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4.

Диагональ равна 6. Найти объем.

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 3. Объем равен 36. Найти диагональ.
 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найти объем.
 Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высота уменьшится в три раза, а радиус останется прежним.
 Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найти объем.
 Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.
 Площадь поверхности куба равна 18. Найдите площадь диагонального сечения.
 Объем цилиндра равен 45π , а площадь его боковой поверхности равна 30π . Найдите радиус цилиндра.
 Объем цилиндра равен 45π , а площадь его основания 9π . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
 Объем цилиндра равен 80π , а высота равна 5. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
 Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол 30° . Найдите объем конуса, считая $\pi = 3$.
 Образующая конуса равна 24 см и составляет с плоскостью основания угол 30° . Найдите объем конуса, считая $\pi = 3$.
 Образующая конуса равна 18 дм и составляет с плоскостью основания угол 30° . Найдите объем конуса, считая $\pi = 3$.
 Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол 30° . Найдите объем конуса, считая $\pi = 3$.

20)

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 10$, $AC = \sqrt{91}$. Найти $\sin A$

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 7$, $AC = 5$. Найти $\operatorname{tg} A$

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 78$, $AC = 30$. Найти $\operatorname{tg} A$

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 20$, $AC = 12$. Найти $\sin A$

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 15$, $AC = 12$. Найти $\operatorname{tg} A$

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=5$, $AC=4$. Найдите $\operatorname{ctg} A$.

В треугольнике ABC угол B равен 90° , $AC=10$, $AB=8$. Найдите $\operatorname{tg} C$.

Найдите значение выражения $2\sin\frac{\pi}{2} + 4\cos\frac{\pi}{6} - 2\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=4$, $BC=3$. Найдите $\cos A$.

В треугольнике ABC угол B равен 90° , $AB=8$, $AC=10$. Найдите $\sin A$.

21)

Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 220 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ежемесячная плата за телефон составляет 400 рублей. В следующем году она увеличится на 7%. Сколько рублей будет составлять ежемесячная плата за телефон в следующем году?

Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 16 500 рублей. Какую сумму он получит после уплаты налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

В сентябре 1 кг слив стоил 70 рублей. В октябре сливы подорожали на 10%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?

Площадь земель фермерского хозяйства, отведенных под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 49 гектаров и распределена между зерновыми культурами и картофелем в отношении 2:5 соответственно. Сколько гектаров занимает картофель?

Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 13000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича

равна 16 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

22)

В летнем лагере 249 детей и 28 воспитателей. В одном автобусе можно перевозить не более 45 пассажиров. Какое наименьшее количество таких автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

Сырок стоит 14 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 190 рублей?

Сырок стоит 17 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 150 рублей?

На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Пионы стоят 60 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа пионов он может купить букет Маше на день рождения?

Теплоход рассчитан на 770 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 80 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

В среднем за день во время конференции расходуется 60 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

В летнем лагере 165 детей и 22 воспитателя. В одном автобусе можно перевозить не более 45 пассажиров. Какое наименьшее количество таких автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 560 рублей, а стоимость одного номера журнала в киоске — 27 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

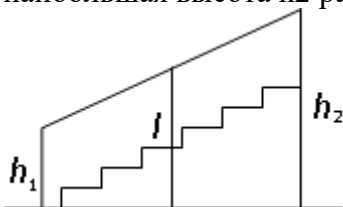
ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамен по физике?

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

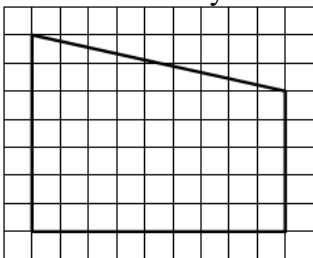
В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 154 человека. Какое наименьшее количество килограммовых упаковок сахара нужно на весь лагерь на 7 дней?

23)

Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота h_1 перил равна 1,9 м, а наибольшая высота h_2 равна 2,9 м. Ответ дайте в метрах.



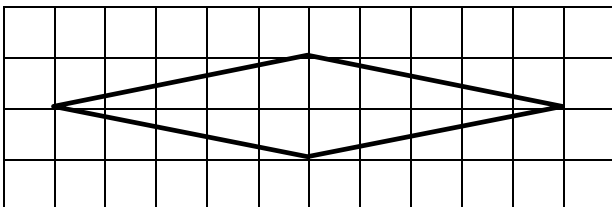
На клетчатой бумаге с размером клетки 1/1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



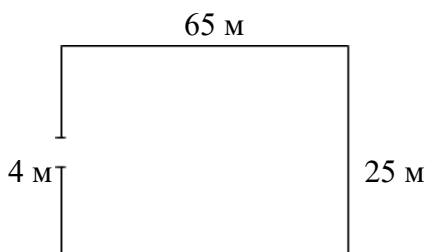
На клетчатой бумаге с размером клетки 1/1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



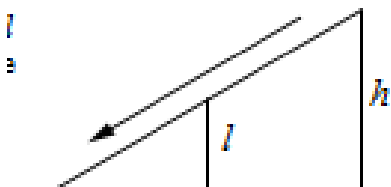
На клетчатой бумаге с размером клетки 1/1 изображён ромб. Найдите его площадь.



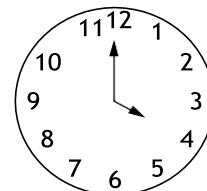
Участок земли имеет прямоугольную форму. Стороны прямоугольника равны 25 м и 65 м. Найдите длину забора (в метрах), которым нужно огородить участок, предусмотрев проезд шириной 4 м.



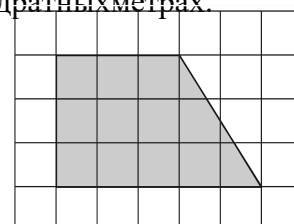
Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту h этого столба, если высота горки равна 3,8 м. Ответ дайте в метрах



Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?



План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м / 1 м. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



24)

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Голландии и 4 прыгуна из Колумбии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым будет выступать прыгун из Голландии.

Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,82. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Папа, мама, сын и дочка бросили жребий – кому мыть посуду. Найдите вероятность того, что посуду будет мыть папа.

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем, 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

Конференция длится четыре дня. В первый выступают 15 докладчиков, во второй – 20, в третий – 25, в четвертый – 10. Какова вероятность того, что доклад профессора М. выпадет на четвертый день?

В жеребьевке участвуют 5 немцев, 8 французов, 3 эстонца, 4 русских. Какова вероятность того, что первым будет выступать немец?

В корзине 10 красных шаров и 6 синих. Наугад достается один из них. Какова вероятность того, что выбранный таким образом шар окажется красного цвета?

В сборнике билетов по химии всего 45 билетов, в восемнадцати из них встречается вопрос по теме «Углеводороды». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Углеводороды».

Миша, Олег, Настя и Галя бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет не Галя.

В группе туристов 30 человек. Их вертолёт доставляют в труднодоступный район, перевозя по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолёта.

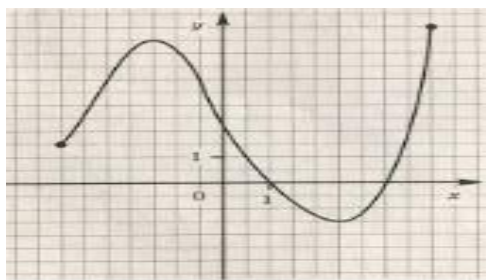
В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,8, а вероятность того, что он прослужит более 2 лет, равна 0,6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 2 лет?

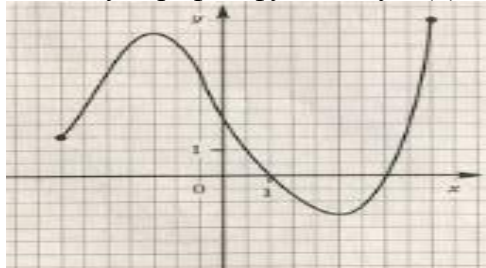
Стрелок при каждом выстреле поражает мишень с вероятностью 0,3, независимо от результатов предыдущих выстрелов. Какова вероятность того, что он поразит мишень, сделав не более 3 выстрелов?

25)

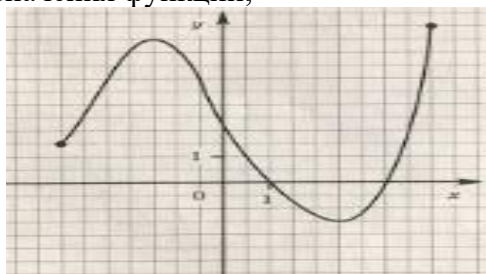
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: область определения функции;



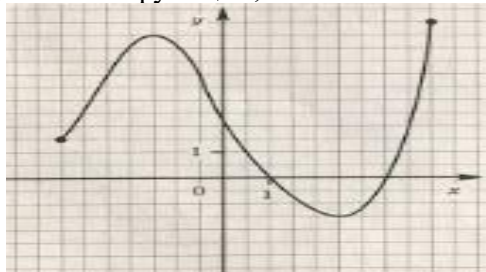
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: нули функции;



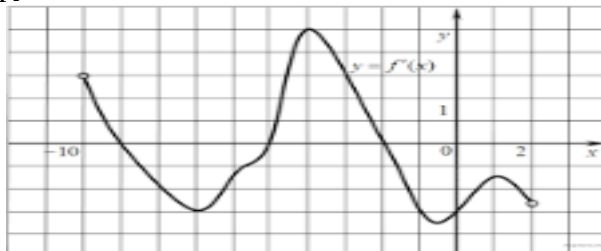
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;



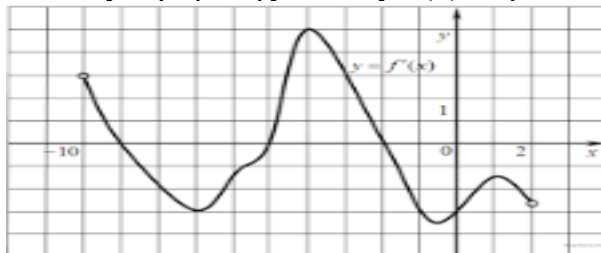
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;



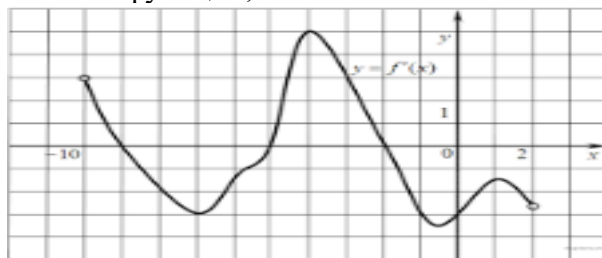
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: область определения функции;



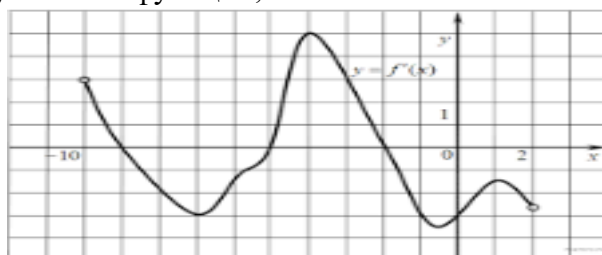
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: нули функции;



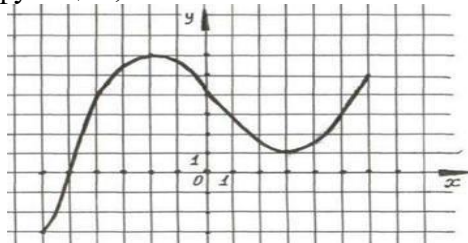
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;



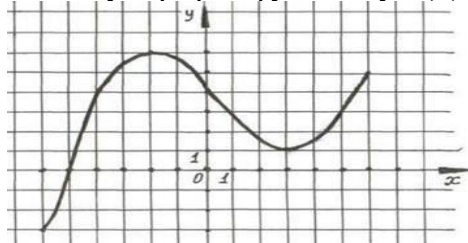
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;



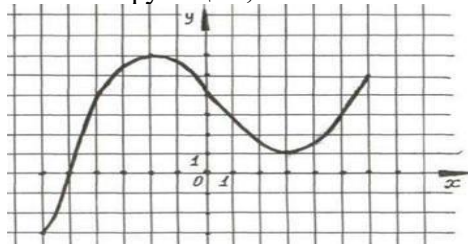
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: область определения функции;



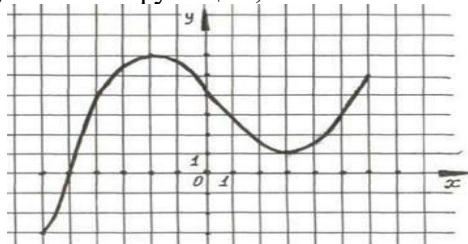
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: нули функции;



Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;

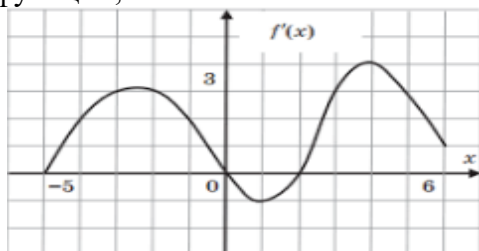


Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;

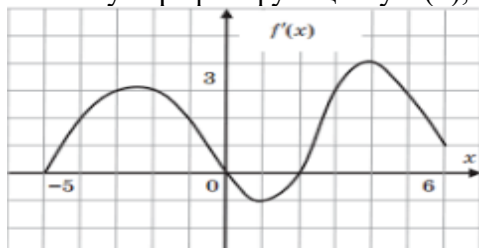


Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: область определения

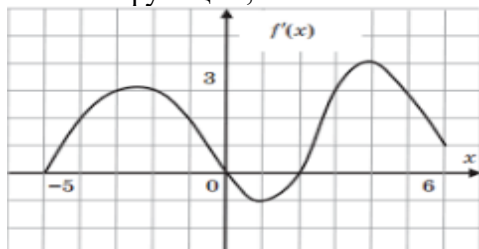
функции;



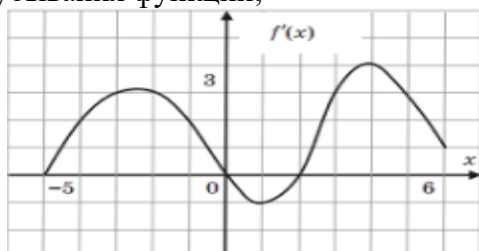
Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: нули функции;



Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;



Используя график функции $y=f(x)$, определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;



Критерии оценивания экзаменационной работы

Место проведения: Учебный кабинет

Время на выполнение: 6 часов

Инструкция по выполнению экзаменационной работы по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 16 заданий, часть 2 содержит 4 задания с развернутым ответом.

При выполнении части 1 в лист ответов записывается краткое условие, все необходимые вычисления, преобразования, записан ответ отдельной строкой.

Если получилась обыкновенная дробь, ответ записывается в десятичной дроби.

При выполнении части 2 записывается полное решение и полученный ответ.

Содержание критерия 2 части	Баллы
обоснованно полученный верный ответ	2
имеется верная последовательность всех шагов решения, но получен неверный ответ из-а вычислительной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

Сначала выполняйте задания части 1. Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропустите задание, которое не удалось решить

сразу, и переходите к следующему. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Рекомендую внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, калькулятором.

Вы можете воспользоваться справочными материалами.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов.

После завершения работы проверьте записанный ответ на каждое задание.

Критерии оценки выполнения работы

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	9-14
«4» (хорошо)	15 – 19 (не менее одного задания из 2 части)
«5» (отлично)	20-24(не менее двух заданий из 2 части)

5.3.4 Подготовка и защита индивидуального проекта *(если предусмотрено в учебном плане)*

Тематика индивидуальных проектов:

1. Графы и их использование
2. «Числа не управляют миром, но показывают, как управляется мир» (И.В. Гете)
3. Великое искусство и жизнь Джероламо Кардано
4. Математическая логика и ее достижения
5. Стереометрия
6. Загадки пирамиды
7. Геометрические формы в искусстве
8. Многогранники вокруг нас
9. Математика в архитектуре. Платоновы тела. Симметрия и гармония окружающего мира
10. Математика в профессии логист
11. Логарифмическая функция и ее применение в жизни человека
12. Виды и свойства магических квадратов
13. Магическое число Шехерезады
14. Статистические исследования
15. Функции в жизни человека
16. Все загадки и применение Бутылки Клейна
17. Сложные проценты в реальной жизни
18. Математические кривые: розы и спирали
19. Загадочный мир фракталов
20. Лист Мебиуса - удивительный объект исследования
21. Оригаметрия
22. Математические головоломки и игры: сущность, значение и виды
23. Последовательности и прогрессии в жизни
24. Загадки Циклоиды
25. Парадоксы и софизмы в математике
26. Процентные вычисления в профессиональных задачах
27. Расположение прямых плоскостей окружающем мире *(природе, архитектуре, технике)*
28. Применения производной функции в профессии
29. Примеры симметрий в профессии
30. Применение первообразной функции в экономических задачах
31. Экономические расчеты с применением показательной и логарифмической функции

Основные требования к структуре и оформлению индивидуального проекта:

В соответствии с Положением по структуре и оформлению индивидуального проекта